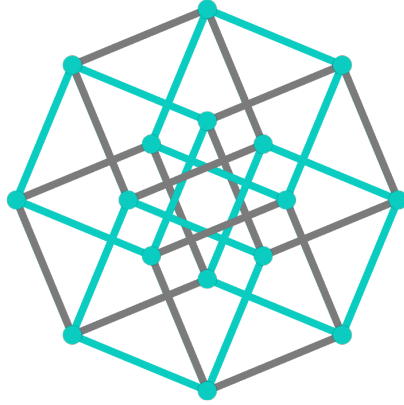




HYPEROLID

User Guide

Author: Laurent Oliveren

Version: 2026-06-28

contact @ hypersolid.app

Cette application web est un outil d'exploration de polytopes et d'analyse de jeux de données multidimensionnelles, le tout propulsé par une interface 3D intuitive.

Ce guide explique les concepts mathématiques et les fonctionnalités de l'application Hypersolid.

Vous pouvez télécharger cette documentation au format PDF sur le site de l'auteur :

<https://www.laurentoliversen.com/docs/hypersolid-user-guide-fr.pdf>

1

Noyau Géométrique

1.1. Solid Gen

L'application génère des formes géométriques définies par leurs sommets et leurs arêtes dans un espace à N dimensions. L'application prend en charge les formes suivantes. Notez que les sphères sont traitées comme des polytopes pour les besoins de la visualisation, bien qu'elles soient techniquement des variétés lisses.

Le pipeline de génération et de projection comporte les étapes suivantes :

- Génération du Polytope (*Maths 100% CPU*)
- ND-4D : normalisation, rotation, cisaillement, projection (*Maths CPU*)
- 4D-3D : rotation, cisaillement, projection, normalisation, mise à l'échelle (*Maths CPU*)
- 3D-2D/1D : écrasement sur un plan ou une droite (*Filtre Maths CPU*)
- Assemblage de la Scène (*Construction des sphères, lignes et faces*)
- Caméra / Rendu GPU (*Calcul de l'angle final et affichage à l'écran*)

L'ordre des transformations se fait bien dans cet ordre : 1) rotation, 2) cisaillement, 3) projection.

Les axes dimensionnelles sont notées ainsi :

- X, Y, Z pour les axes usuels de la 3D (orientés à droite, en haut et vers l'avant)
- W pour la quatrième dimension
- V5, V6, V7, V8, ... pour toutes les dimensions supérieures

1.1.1. Polygons (polygones, 2D)

- *Triangle* : simplexe 2D (3 sommets). Le polygone régulier le plus simple.
- *Square* : hypercube 2D (4 sommets). Polygone régulier.
- *Pentagon* : polygone régulier à 5 sommets.
- *Hexagon* : polygone régulier à 6 sommets.
- *G2 Roots* : structure basée sur les vecteurs du système de racines G2.
- *Circle (1-Sphere)* : le cercle 2D.

1.1.2. Polyhedra (polyèdres, 3D)

- *Tetrahedron* (Tétraèdre) : simplexe 3D (4 sommets). Le polyèdre régulier le plus simple.
- *Cube (Hexahedron)* (Hexaèdre) : hypercube 3D (8 sommets). Hexaèdre régulier.
- *Octahedron* (Octaèdre) : orthoplexe 3D (6 sommets). Dual du Cube.
- *Dodecahedron* (Dodécaèdre) : polyèdre régulier avec 12 faces pentagonales.
- *Icosahedron* (Icosaèdre) : polyèdre régulier avec 20 faces triangulaires.
- *Cuboctahedron* (Cuboctaèdre) : solide d'Archimède avec 8 faces triangulaires et 6 faces carrées.
- *Rombic Dodecahedron* (Dodécaèdre Rhombique ou Granatoèdre) : solide de Catalan

(dual du Cuboctaèdre) avec 12 faces en losange.

- **Sphere (2-Sphere)** : sphère usuelle en 3D. Traitée comme un polytope pour la visualisation, utilisant soit des couches imbriquées (stratification), soit un maillage filaire.

Note : la sphère dispose de deux réglages supplémentaires :

- **Parallels** : nombre de parallèles apparaissant sur la sphère
- **Meridians** : nombre de méridiens apparaissant sur la sphère

1.1.3. Polychora (polychores, 4D)

- **Pentachoron** (Pentachore, 5-Cellules) : simplexe 4D (5 sommets). Le polychore 4D le plus simple.

- **Tesseract** (8-Cellules) : hypercube 4D (16 sommets). L'analogue 4D du cube.

- **Hexadecachoron** (Hexadécachore, 16-Cellules) : orthoplexe 4D (8 sommets). Dual du Tesseract.

- **Icositetrachoron** (Icositétachore, 24-Cellules) : polychore 4D sans analogue 3D. Auto-dual.

- **Hecatonicosachoron** (Hécatonicosachore, 120-Cellules) : polychore 4D avec 120 cellules dodécaédriques.

- **Hexacosichoron** (Hexacosichore, 600-Cellules) : polychore 4D avec 600 cellules tétraédriques.

- **Glome** (3-Sphère) : analogue 4D d'une sphère. Traitée comme un polytope pour la visualisation, utilisant soit des couches imbriquées (stratification), soit un maillage filaire.

- **3-Ellipsoid** (Ellipsoïde 4D) : analogue 4D d'un ellipsoïde. Traitée comme un polytope pour la visualisation, utilisant soit des couches imbriquées (stratification), soit un maillage filaire.

Réglages des Sphères/Ellipsoïdes

Le glome et le 3-Ellipsoïde disposent de réglages supplémentaires :

- **Tracing Mode** : mode de représentation du glome. Trois grandes familles : *Mesh* (maillage), *Stratified* (stratification ou imbrication) et *Fibration de Hopf* (cas particulier du glome). Les maillages et stratifications se déclinent en deux variétés : *Edges* (arêtes comme des polytopes) et *Circles* (fonctions génératrices de courbes)

- **Mesh Circles** (maillage de cercles) : représentation à base de parallèles, méridiens et d'hyperméridiens. Chaque composante est un cercle (déformé pour les hyperméridiens).

- **Mesh Edges** (maillage d'arêtes) : idem que précédemment, mais le maillage est construit avec des arêtes, et permet donc la localisation de sommets et la gestion de couleurs. On perd cependant la courbure des cercles.

- **Stratified Circles** (stratification de cercles) : imbrication de 2-sphères ; l'enchevêtrement est une autre manière de représenter la quatrième dimension

- **Stratified Edges** (stratification d'arêtes) : idem que précédemment, mais chaque 2-Sphère est construite avec des arêtes (et des sommets).

- **Hopf Fibration** : fibration de Hopf, une autre manière de représenter la partition d'un glome à partir de grands cercles entrelacés qui ne se touchent pas. Note : pour l'ellipsoïde, il est rebaptisé **Pseudo-Hopf**, car il ne s'agit pas vraiment d'une fibration, mais d'une

déformation *a posteriori* de la véritable fibration de Hopf.

- **H-Mode** : représentation des hyperméridiens
- **Magnetic** (magnétique) :
- **Interlaced** (entrelacé) :
- **Tilted** (incliné) :
- **Equatorial** (équatorial) :
- **Parallels** : nombre de parallèles apparaissant sur le glome
- **Meridians** : nombre de méridiens apparaissant sur le glome
- **Hypermeridians** : nombre d'hyperméridiens apparaissant sur le glome (seulement pour les modes *Mesh Circles* et *Mesh Edges*).
- **Shells** : nombre de coques (2-Sphères) constituant les sections de glome (seulement pour les modes *Stratified Circles* et *Stratified Edges*).
- **Shell Distance** : distribution des coques au sein de l'enveloppe sphérique. Plus la valeur est grande, plus les coques intérieures se tassent à la coque extérieure. Plus la valeur est petite, plus les coques s'éloignent les unes des autres (les coques éloignées se contractent vers le centre).

Réglages des Ellipsoïdes

Enfin, les ellipsoïdes disposent des réglages d'échelle suivants : **Scale X**, **Scale Y**, **Scale Z** et **Scale W**, qui permettent d'étirer la sphère dans les dimensions souhaitées.

Note : seuls les sphères/ellipsoïdes avec des tracing modes de type maillage (mesh) sont éligibles à la tessellation.

1.1.4. N-Polytopes (N > 4)

Pour tous les polytopes généralisés, un slider **Dimension** permet de choisir le nombre d'axes spatiaux.

- **N-Simplex** : simplexe généralisé en N dimensions (N+1 sommets).
- **N-Cube** : hypercube généralisé en N dimensions (2^N sommets). Les coordonnées sont des permutations de $(\pm 1, \dots, \pm 1)$.
- **N-Orthoplex** : polytope croisé généralisé en N dimensions (2N sommets). Les coordonnées sont des permutations de $(\pm 1, 0, \dots, 0)$.
- **N-Demicube** : polytope obtenu à partir d'un hypercube, en supprimant un sommet sur deux.
- **En Roots** (racines de E8) : structures basées sur les vecteurs du système de racines En (base pour la génération des polytopes de Gosset).
- **Gosset K21** : polytopes exceptionnels de Gosset jusqu'à 8 dimensions.
- **N-Sphere** : sphères en dimension N.
- **N-Ellipsoid** : ellipsoïde en dimension N.

Réglages des Sphères/Ellipsoïdes

Les N-Spheres et N-Ellipsoïdes dispose de réglage supplémentaires par rapport à la dimension 4 :

- **Alternate H-Modes** : seulement disponible pour le traçage **Mesh Circles** en dimension > 4. Cette option alterne le mode de représentation des hypermériens (magnétique, entrelacé, incliné, équatorial) selon la dimension

Le **Tracing Mode** remplace les entrées **Stratified Edges/Circles** par un nouveau mode **Hybrid** qui combine les maillages (mesh circles) et la stratification (stratified circles). Ce mode dispose de réglages spécifiques :

- **Suspension Depth** (profondeur de suspension) : étirement dimensionnel puis contraction polaire ; ce facteur modélise le nombre de dimensions qui sont représentées par une interconnexion (hypermérienne) de glomes

- **Glomes** : nombre de glomes par suspension dimensionnelle

- **H-Mode** : mode de représentation des interconnexions (hypermériennes) entre les glomes d'une suspension :

 - **Radial** (radiale) :

 - **Peripheral** (périphérique) :

 - **Helical** (hélicoïdale) :

Réglages des Ellipsoïdes

Enfin, les ellipsoïdes disposent des réglages d'échelle supplémentaires en plus de X, Y, Z et W (quand dimension > 4) :

- **Scale V Base** : étirement dans la 5ème dimension. Sert de valeur de référence pour toutes les dimensions > 4.

- **Scale V Factor** : facteur d'étirement exponentiel dans les dimensions > 5.

1.1.5. Special

Quelques solides non conventionnels peuvent être sélectionnés :

- **Elysion Vault** (Coffre-fort d'Élysion) : Forme 3D pointue obtenue à partir de 4 pyramides, et utilisée comme logo par Laurent Oliversen, concepteur d'Hypersolid

Le **Elysion Vault** dispose de deux réglages spécifiques, **Vault Gap X** et **Vault Gap Y**, qui permettent de modifier l'espacement entre les pyramides.

1.1.6. Tessellation (Pavage)

1.1.6.1. Tiling Types (types de pavages)

Pour remplir l'espace en répliquant les polytopes, vous pouvez choisir entre différents modes d'agencement :

- **Prism**

- **Honeycomb** (nids d'abeille)

- **Swarm** (essaims)

- *Custom nets* (réseaux spéciaux)

1.1.6.2. Prism (prisme)

Les prismes sont définis par un polytope de base répliqué dans une seule direction. Les sommets correspondants de chaque réplique sont reliés entre eux.

- *Nb Slices* (nombre de tranches) : nombre de répliques
- *Flat Base* (base plane) : le polytope qui sert de base au prisme est aplani dans le plan sélectionné
- *Tile Rotation* (rotation des tuiles) : chaque réplique tourne dans un plan orthogonal à la direction de cisaillement ; rotation proportionnelle à la distance à l'origine
- *Rotation Factor* : amplitude de la rotation, fonction de la distance à l'origine
- *Slice Shear X/Y/Z* (cisaillement des tranches selon les axes X/Y/Z) : il s'agit ici de l'espacement entre les répliques, selon les axes X/Y/Z

1.1.6.3. Honeycomb (nid d'abeille)

Seules certaines formes sont éligibles au pavage de type "nid d'abeilles", comme les cubes ou les hexagones. Contrairement aux autres assemblages (prisms et swarms), ces pavages sont bien compacts et remplissent parfaitement l'espace sans vide.

- *Nb Slices X/Y/Z* (nombre de tranches X/Y/Z) : définit le nombre de tranches dans les directions X/Y/Z

Les pavages 2D (du plan XY) disposent de deux réglages supplémentaires pour entrer dans la troisième dimension (ensembles disjoints de tranches dans la direction Z).

- *Gap Z* : permet d'espacer les tranches de pavage selon l'axe Z.
- *Nexus Z* : permet de connecter les sommets correspondants des répliques appartenant aux différentes tranches de Z

1.1.6.4. Swarm (essaim)

Les essaims sont une généralisation des prismes et nids d'abeille. Ils sont les plus flexibles et personnalisables. Ce sont des tranches de répliques disjointes dans toutes les directions, pouvant être connectées par des nexus (arêtes qui relient les sommets correspondants de chaque réplique).

En termes de réglages, l'essaim réunit ceux des prismes et des nids d'abeille. Autrement dit :

- *Nb Slices X/Y/Z* : nombre de tranches dans toutes les directions (idem nids d'abeille)
- *Nexus X/Y/Z* : un système de connexion dans toutes les directions
- *Gap X/Y/Z* : l'espacement entre les tranches se gère dans toutes les directions

À cela s'ajoutent les réglages propres aux prismes : *Slice Shear X/Y/Z*, *Flat Base*, *Tile Rotation*, *Rotation Factor*

1.1.6.5. Special (réseau spécifique)

Certains polytopes ont des réseaux prédéfinis qui peuvent être sélectionnés. Par exemple :

Pour les cubes :

– *Tesseract Net* (Patron de tesseract) : croix 3D constituée de N-cubes.

Pour l'ÉlySION Vault :

– *ElySION Seal* (Sceau d'ÉlySION) : assemblage circulaire de Vaults

– *ElySION 2-Seal* : double assemblage circulaire de Vaults

– *ElySION 3-Seal* : triple assemblage circulaire de Vaults

1.2. Solid Style

L'application utilise un système de coloration automatique pour aider à identifier les dimensions.

Les arêtes sont colorées en fonction de leur alignement sur les axes principaux dans l'espace d'origine en haute dimension.

Par défaut :

- **X** : Vert
- **Y** : Bleu
- **Z** : Orange
- **W** : Violet
- **E5, E6, E7, E8** : Gris

À noter que ces couleurs sont déterminées de manière systématique pour les structures ayant des arêtes parallèles aux axes du repère. Cela s'applique donc aux hypercubes. Pour les figures ayant des arêtes inclinées dans plusieurs dimensions, la gestion des couleurs est plus subtile.

Les réglages stylistiques sont rangées dans les sections suivantes : Vertices (sommets), Edges (arêtes), Faces, Depth Effects (effets de profondeur), Background (arrière-plan) et Layout (mise en page).

1.2.1. Vertices (sommets)

1.2.1.1. Style de base

Les sommets disposent de 3 réglages :

- *Size*
- *Shape* (forme de type cercle, carré ou croix)
- *Color*.

1.2.1.2. Profondeur des sommets

L'activation des effets de profondeur se fait en cochant la case *Apply Depth to Vertices*. On peut alors contrôler l'opacité ("Alpha") des éléments géométriques en fonction de leur profondeur dans l'espace 4D/3D. Ces commandes se trouvent dans le panneau d'interface °°Depth Effects°. Selon l'objet dessiné, la profondeur est évaluée différemment :

- *Depth Quantile* (quantile de profondeur) : Discrétise les distances par rapport à l'origine en un ensemble de compartiments (ex : 10 quantiles), en les rendant dans des couches alpha distinctes via une approche X-Ray pour éviter les collisions visuelles (*Z-Fighting*).
- *Outer Alpha* (alpha extérieur) : Opacité de base pour les éléments les plus externes des objets.

– **Inner Alpha** (alpha intérieur) : Opacité de base pour les éléments les plus internes (le cœur) des objets.

Note : Le système crée automatiquement un dégradé linéaire d'opacité entre les éléments extérieurs et intérieurs. Si Outer Alpha < Inner Alpha, le dégradé est désactivé et la valeur Outer Alpha est appliquée uniformément à toutes les profondeurs.

– **Invert Alpha** (inverser l'alpha) : une bascule mathématique qui inverse l'opacité. Utile pour masquer l'extérieur et n'observer que le cœur solide.

– **Alpha Cutoff** (seuil alpha) : un seuil de rendu strict appliqué après le calcul final de l'alpha (et l'inversion). Tout élément dont l'opacité finale tombe en dessous de cette valeur est entièrement retiré du pipeline de rendu (masqué), ce qui améliore la clarté visuelle et les performances de rendu.

1.2.2. Edges (arêtes)

Les arêtes disposent de 2 réglages : **Width** (épaisseur) et **Color**.

La coche **Edge Colors** permet de définir une couleur par type d'arête. Si elle est décochée, alors toutes les arêtes portent la couleur définie par **Edge Default Color**.

Si elle est cochée, alors le réglage suivant permet de gérer les couleurs pour des arêtes dont l'orientation n'est pas parallèle aux axes.

1.2.2.1. Color Tie Break (gestion des égalités)

Vous pouvez définir les 5 couleurs associés à chaque axe du repère :

– **X Axis, Y Axis, Z Axis, W Axis, Ei Axis** ($i > 4$).

Ces couleurs sont, selon certains objets, utilisés différemment (typiquement pour les sphères).

La liste **Color Tie Break** (gestion des égalités) :

Lorsqu'une arête n'est pas parfaitement alignée avec un seul axe (ex: arêtes diagonales d'un triangle), la couleur est déterminée par une règle de départage (choix entre 3 règles) :

– **Vertex** : Couleur basée sur l'index du sommet de début/fin.

– **Edge** : Couleur basée sur l'index de l'arête dans la liste.

– **Hash** : Couleur aléatoire cohérente basée sur les propriétés de l'arête.

Cette règle s'applique à la plupart des polytopes. Les rendus sont difficiles à anticiper, mais ils permettent généralement de distribuer les couleurs de manière différente.

Pour les sphères, d'autres techniques sont proposées :

Pour les sphères/ellipsoïdes en mode **Mesh/Stratified Edges** :

– **Circle** : seulement ; reproduit le même système de couleur par type de cercle que celui utilisé par les tracés de type **Mesh/Stratified Circles**.

Pour les sphères/ellipsoïdes en mode **Hopf Fibration** (*complex, quaternionic, octonionic*) :

- **Fiber** : attribue une couleur par typologie de cercles (associés à des nombres imaginaires différents).
- **Polar** : attribue un dégradé de 3 couleurs (parmi les couleurs Axis X/Y/Z) pour distinguer les cercles proches du pôle nord, pôle sud et équateur.
- **Bipolar** : attribue deux dégradés de 3 couleurs (parmi les couleurs Axis X/Y/Z/W/V) pour distinguer les cercles proches du pôle nord, pôle sud et équateur.
- **Tripolar** : idem avec trois dégradés.
- **Quadripolar** : idem avec quatre dégradés

1.2.2.2. Contours des sphères

Comme les sphères sont générées différemment, elles utilisent une logique de colorisation spécifique qui dépend de son mode de tracé (**Tracing Mode**) :

Cas des Mesh Edges/Circles (maillages) : Les couleurs du maillage sont définies par les couleurs de la section Edges :

- Parallèles : couleur définie par **X Axis**,
- Méridiens : couleur définie par **Y Axis**,
- Hyperméridiens : couleur définie par **Z Axis**.

Cas de Hopf Fibration (fibration de Hopf)

Cette visualisation avancée utilise l'application de Hopf pour projeter la 3-Sphère (S^3) comme un faisceau de cercles (dits "fibres") au-dessus d'une 2-Sphère (S^2).

- Base : Une 2-Sphère où chaque point correspond à un cercle complet (fibre) dans la 3-Sphère.
- Fibres : Cercles disjoints qui remplissent l'espace 4D. L'échelle de 12 fibres permet de visualiser la structure sans encombrement.
- Coloration : les fibres de Hopf complexe (4D) sont colorées en fonction de leur position sur la 2-Sphère de base (longitudinale/latitudinale), révélant la structure de torsion. Elles utilisent uniquement les couleurs définies par **X Axis** et **Y Axis**. Les fibres de Hopf quaternionique et octonionique utilisent des systèmes de couleurs par typologie de cercles (soit en lien avec la structure mathématique, soit en lien avec leur proximité aux pôles).

Stratified Mode (équateur & pôles)

Dans ce mode, la 3-Sphère est décomposée en une série de coques 3D parallèles (collection de sphères classiques), de la même manière qu'un globe est tranché par des lignes de latitude. Les couleurs dépendent de la position de la coque dans l'imbrication.

- **Equator (Outer) Shell (coque équatoriale extérieure = géométrie la plus large)** : La "surface" de la sphère 4D. Représentée par X/Y . Géométriquement, c'est la coque la plus grande. Les parallèles et méridiens de cette sphère utilisent les couleurs définies par **X Axis** et **Y Axis**.
- **Pole (Inner) Shell (coque polaire intérieure = géométrie la plus petite)** : Le "cœur" de la sphère 4D. Représenté par Z/W . Ce sont géométriquement des points ou de très petits cercles. Les parallèles et méridiens de cette sphère utilisent les couleurs définies par

Z Axis et *W Axis*.

– “Coques intermédiaires” : les couleurs des coquilles non extrêmes sont interpolées entre les deux précédentes : il s'agit donc d'un dégradé entre les coques intérieures et extérieures.

Note : Artéfact de stratification en mode perspective

Pourquoi les coques intérieures semblent-elles parfois plus grandes que les coques extérieures ?

Lors de l'utilisation de la Projection Perspective, les objets plus proches de la caméra 4D apparaissent significativement plus grands. Si la *4D Distance* est petite (caméra proche de l'objet) :

- Une “coque Intermédiaire” (qui est géométriquement plus petite que l'équateur) se trouvait plus près de la caméra.
- Le grossissement perspectif peut faire apparaître cette coque intérieure “visuellement plus grande” que la coque équatoriale extérieure, allant potentiellement jusqu'à l'“engloutir”.

Les couleurs restent correctes (car elles sont basées sur le rang) :

- La coque colorée en “X/Y” est toujours l'équateur géométrique (Rang 1).
- La coque colorée en “Z/W” est toujours le pôle géométrique (Rang N).

Si vous voyez une coque Z/W apparaître plus grande qu'une coque X/Y, il s'agit d'une pure illusion d'optique causée par la perspective 4D. Solution : modifier la “4D Distance” ou passer en “Projection Orthographique” pour restaurer la hiérarchie visuelle intuitive.

1.2.2.3. Profondeur des arêtes

L'activation des effets de profondeur se fait en cochant la case *Apply Depth to Edges*.

Les arêtes disposent des mêmes réglages que les sommets pour gérer la profondeur : *Depth Quantile*, *Outer Alpha*, *Inner Alpha*, *Invert Alpha*, *Alpha Cutoff* . Voir les réglages de profondeur des sommets pour plus de détails.

1.2.2.4. Profondeur dans des sphères

On opère une distinction entre les arêtes (droites) et les coques (courbes).

Objets avec arêtes (polytopes et sphères utilisant le mode de tracé de type Mesh Edges)

L'opacité est calculée par distance sommet/arête par rapport à l'origine “dans l'espace 3D projeté” (pas l'espace 4D d'origine). Les distances sont triées et réparties dans “N” compartiments de quantiles. Chaque compartiment reçoit une valeur alpha interpolée

linéairement entre *Outer Alpha* et *Inner Alpha* :

Note sur la profondeur de la 2/3-Sphère :

Même si tous les points d'une 3-sphère sont équidistants de l'origine 4D par définition, la projection 4D→3D brise cette isotropie. En projection **perspective**, les cercles proches du pôle W (grand W) sont compressés vers l'origine 3D, tandis que les cercles équatoriaux (petit W) sont projetés plus loin. En projection **orthographique**, un parallèle proche du pôle nord se situe près de l'origine 3D, tandis qu'un parallèle équatorial se trouve à une distance unitaire (la plus grande). Le dégradé de profondeur sur un Glome en mode **Mesh Edges** est donc réel et physiquement significatif : il reflète la structure de profondeur 4D telle qu'elle est vue à travers la projection.

Sphères avec coques (Stratified Edges et Stratified Circles)

La profondeur est évaluée structurellement en fonction de l'index mathématique de la coque (de 1 pour l'équateur géométrique à N pour le pôle). Comme les coques sont naturellement des topologies imbriquées, le dégradé alpha est continu et exact. Note : le **V/E Depth Quantile** (quantiles de profondeur) ne s'appliquent **pas** aux coques.

Fibration de Hopf : profondeur basée sur les coques (sans arêtes)

La Fibration de Hopf est rendue comme un ensemble de **cercles de fibres** imbriqués topologiquement (boucles fermées), et non comme des arêtes discrètes entre sommets. Chaque cercle appartient à une coque mathématique (une couche de tore), numérotée du tore le plus externe à la fibre centrale la plus interne. L'alpha de profondeur est calculé directement à partir de l'index de la coque ; aucun tri de distance Z en 3D n'est nécessaire. La formule est la même que celle utilisée pour les objets Stratifiés/Coques. Comme les fibres de Hopf sont générées dans un ordre topologique strict (extérieur → intérieur), la structure mathématique encode intrinsèquement la profondeur. Cela rend la gestion de la profondeur exacte, continue et parfaitement cohérente avec les commandes *Inner/Outer Alpha*, sans aucune heuristique géométrique.

Limitations -- Mesh Circles uniquement

Dans le mode de tracé **Mesh Circles** pour la 2/3-Sphère, toute la géométrie des cercles est fusionnée en un seul maillage combiné sans shader de profondeur par cercle. L'alpha de profondeur ne s'applique **pas** aux cercles, seulement aux sommets. En revanche, le mode **Mesh Edges** pour les Sphères **prend bien en charge** la profondeur car un shader GPU évalue profondeur = distance par sommet au moment du rendu.

1.2.3. Faces

La bascule **Show Faces** superpose des polygones remplis sur le fil de fer du polytope. Le moteur prend en charge deux modes fondamentaux pour la détection et la génération des faces :

1.2.3.1. Méthodes de détection des faces

L'application utilise des générateurs algorithmiques spécialisés pour identifier les véritables faces géométriques du polytope. La méthode utilisée dépend de la famille du polytope. Les techniques utilisées sont :

- **Détection de cycles par graphe (DFS)** : utilisée pour les solides réguliers 3D/4D standard, le **N-Simplexe** et le **N-Cube** (jusqu'à **N=5**). Une recherche en profondeur (*Depth-First Search*) explore le graphe des arêtes pour identifier les boucles fermées de 3, 4 ou 5 arêtes.
- **Recherche combinatoire par axes** : spécifique à la famille des **N-Orthoplexes** (*N-Cross*). Il identifie les triplets de sommets situés sur des axes orthogonaux distincts pour former des faces triangulaires parfaitement régulières. Ce mode est actif jusqu'à **N=6**.
- **Logique de sous-espace de parité** : spécifique à la famille des **N-Demicubes** (**Groupe D_n**). Il identifie les sous-espaces cubiques 3D du hypercube parent et extrait les faces tétraédriques qui préservent la parité alternée des sommets. Ce mode est actif jusqu'à **N=5**.
- **Échantillonnage stochastique (dans les autres cas)** : pour les polytopes exceptionnels complexes (Gosset **E6, E7, E8**) ou tout objet dépassant les seuils de dimension mentionnés ci-dessus, la détection topologique est automatiquement contournée au profit d'un échantillonnage aléatoire afin de maintenir des performances interactives.

1.2.3.2. Rendu des faces

Les faces ont différents types de rendu :

- **Solid** (mode plein) : les faces sont triangulées et rendues comme des surfaces remplies.
- **Wireframe** (fil de fer) : seules les arêtes de bordure et les diagonales internes des faces identifiées sont dessinées. Cela révèle le "pavage" du polytope.

Il est également possible de choisir la couleur des faces ainsi que sa transparence (**Face Alpha**) et l'épaisseur des traits pour le mode Wireframe.

1.2.3.3. Echantillonnage des faces

Pour les objets complexes ou de haute dimension où la détection topologique est trop coûteuse, le moteur peut échantillonner de manière stochastique des paires de sommets pour former des triangles (ou des quadrilatères/pentagones).

Dans le paragraphe suivant : une face est dite **petite** (respectivement **grande**) lorsque les sommets qui la délimitent sont, en moyenne, à une distance **inférieure** (respectivement **supérieure**) à une valeur donnée. La notion de distance se réfère à la distance euclidienne entre un sommet et l'origine du polytope (le barycentre dans la plupart des cas).

Les réglages associés sont les suivants :

- **Large/Small Cutoff** : ce paramètre est une distance normalisée qui permet de classer

les faces en deux catégories : petites ou grandes. Ce seuil est compris entre 0 et 1 car il représente le pourcentage de la plus grande distance observée parmi toutes les faces. Par exemple, un seuil à 0.5 signifie que les sommets d'une face doivent se trouver, en moyenne, à une distance (à l'origine) **supérieure** (respectivement **inférieure**) à 0.5 de la distance maximale (la face considérée comme "la plus éloignée") pour que la face soit considérée comme **grande** (respectivement **petite**).

- **Large Faces (grandes faces)** : nombre de faces classifiée **grandes** qui seront retenues (échantillonnées) pour la colorisation.
- **Small Faces (petites faces)** : nombre de faces classifiée **petites** qui seront retenues (échantillonnées) pour la colorisation.

Note pour les Polytopes Réguliers : Pour les polytopes parfaitement réguliers (Cubes, Tesseract) où tous les sommets sont équidistants du barycentre, la population "Small" est mathématiquement vide car le seuil de distance normalisé est constant. Dans ce cas, seul l'échantillonnage des faces "Large" produira des résultats.

1.2.3.4. Profondeur des faces

L'activation des effets de profondeur se fait en cochant la case **Apply Depth to Faces**.

Z-Sorting & Alpha (Algorithme du Peintre)

Pour appliquer la profondeur aux faces, le moteur réorganise dynamiquement les faces de l'arrière vers l'avant à chaque image. Cela permet l'utilisation de dégradés de transparence basés sur la profondeur :

- **Front Alpha** : Opacité des faces les plus proches de la caméra (la "peau").
- **Back Alpha** : Opacité des faces les plus éloignées de la caméra (le "cœur").

Exemple d'usage : régler Back Alpha = 1.0 et Front Alpha = 0.2 vous permet de voir l'intérieur solide de la structure à travers une couche externe translucide.

Couverture par type de polytope :

- ✓ Solides Platoniciens (3D) : triangles, carrés, pentagones
- ✓ Archimédiens / Catalan (cuboctaèdre, dodécaèdre rhombique) : types de polygones mixtes
- ✓ Polychores 4D : via détection de cycles par graphe
- ✓ N-Simplexe / N-Cube / N-Orthoplexe : jusqu'à la résolution disponible
- ✗ Sphère / Glome : Non applicable, rendu sous forme de cercles
- ✓ Gosset K.21 dim=5 (D5) : triangles + carrés, nombre gérable
- ✗ Gosset K.21 dim≥6 (E6, E7, E8) : les polytopes de Gosset E6, E7, E8 possèdent un nombre de 2-faces (faces planes) qui croît de manière exponentielle. Pour E6, le calcul des faces est rapide, mais projeter 2160 faces qui se chevauchent depuis la 6D crée un maillage opaque illisible sans gain visuel. Pour E7 et E8, le calcul prendrait plusieurs secondes et le

résultat est tout aussi illisible. Seul le D5 (dim=5, ~40 sommets) expose ses faces, comme un compromis pratique entre l'information visuelle et la performance.

1.2.4. Arrière-plan

Cette section permet d'afficher des éléments de fond ou en surimpression.

1.2.4.1. Couleur et dégradé du fond

Pour configurer la couleur de l'arrière-plan :

- *Color*
- *Use Gradient* : permet de définir un dégradé avec 3 paramètres : le haut *Gradient Top*, *Gradient Bottom* et *Gradient Angle*
- *Transparent* : retire le fond (transparence)

1.2.4.2. Grille

L'option *Grid* permet d'afficher une grille qui est tangente aux sommets périphériques, afin d'ajuster les alignements lors des rotations par exemple.

1.2.4.3. Axes

Les axes permettent de se repérer dans les dimensions spatiales.

- *Show Scene Axes* : affiche les axes de l'espace tridimensionnel absolu (vu par la caméra), |X|, |Y| et |Z|. Ils sont encadrés de barres verticales pour ne pas les confondre avec les axes relatifs ci-après.
- *Show Relative Axes* : affiche les axes relatifs, solidaires du polytope et des éventuelles points de données projetés. Quand on effectue un cisaillement ou une rotation, ces axes se décalent et tournent en même temps que le polytope et les données. Bien noter qu'ils ne représentent plus les coordonnées spatiales absolues, mais les coordonnées après projection/transformation : X, Y, Z, W, V5, V6, ..., V10.
- *Negative Extension* : prolonge les axes également du côté des valeurs négatives
- *Negative Arrow* : ajoute une pointe aux axes du côté des valeurs négatives

L'apparence des axes absolus (scène) et relatifs (solide/données) peuvent être modifiée avec :

- *Axis Length* : longueur des axes (des flèches)
- *Axis Label Size* : taille des étiquettes (X, Y, Z...)
- *Axis Arrow Size* : taille de la pointe des axes
- *Axis Ticks* : affichage des graduations unitaires (coordonnées 1, 2, 3...) pour les axes absolus de la scène et les axes relatifs des données/polytope. Les graduations sont différentes selon les axes, car les coordonnées relatives sont transformées par la projection spatiale.

Vous pouvez également afficher un plan du repère :

– *Plane [XY], Plane [XZ], Plane [YZ]* : affichage des plans du repère absolu (axes de la scène)

1.3. Projection

La projection s'effectue dans cet ordre :

- Projection des dimensions supérieurs à 4 vers l'espace 4D (X, Y, Z, W)
- Projection de l'espace 4D vers la 3D (les coordonnées X, Y, Z intègrent les vestiges de la coordonnée W par des effets de perspective)
- Éventuellement, un effondrement (projection orthographique) de la 3D vers la 2D
- Le tout s'affiche dans une scène 3D, au travers de la caméra

Dans l'interface, les réglages sont répartis par typologie d'opérations mathématiques : rotation, cisaillement, projection (avec distance focale). Mais conceptuellement, les dimensions sont traitées en cascade.

1.3.1. Views

Cette section permet d'appliquer des visualisations mathématiques spécifiques. Ces valeurs de rotation révèlent des projections caractéristiques pour chaque polytope.

Les vues ci-dessous permettent de capturer les éléments suivants :

- Topologique : Graphe de connectivité (sommets, arêtes)
- Combinatoire : Incidences entre k-faces
- Métrique : Angles dièdres, longueurs relatives
- Global : Périodicité, enveloppe, stratification

1.3.1.1. Mode de projection unifiée

Les deux boutons ci-dessous permettent d'affecter tous les modes de projection (ND-4D, 4D-3D et Caméra) d'un seul coup :

- **All Perspective** : Unifie l'ensemble du pipeline (Projection ND, Projection 4D, et Caméra) en mode **°°Perspective°°**. Cela garantit une profondeur focale cohérente tout au long de la réduction dimensionnelle.
- **All Ortho (orthographic)** : Unifie l'ensemble du pipeline en mode **°°Orthographic°°**, révélant les proportions géométriques réelles sans distorsion.

1.3.1.2. Projection Front et Petrie

Ces deux projections sont respectivement la plus simple et la plus complexe à mettre en œuvre. Elles disposent d'un bouton pour un accès immédiat.

- **Front** : réinitialise tous les angles de rotation et cisaillements (ND et 4D) à 0, et restaure la caméra à son orientation frontale par défaut. C'est le point de départ de toute analyse visuelle.
- **Petrie** : Configure les rotations et la projection pour montrer le **°°Polygone de Petrie°°** du polytope. Il s'agit d'une projection orthographique spécifique où le polygone projeté du polytope forme un périmètre régulier à N côtés. L'axe est aligné sur le polygone qui forme le plus long cycle hamiltonien zigzaguant entre toutes les facettes. C'est la seule vue qui dévoile la structure globale : elle révèle la périodicité de grande échelle, invisible dans les vues locales. Elle demeure unique en ce qu'elle capture la périodicité hamiltonienne, sans équivalent direct ailleurs.

1.3.1.3. Plans canoniques

Naviguer entre les différents plans canoniques en cliquant sur les boutons **Prev** (précédent) et **Next** (suivant). Ils incluent :

- **Vertex-first** (par le sommet) : l'axe passe par un sommet. Révèle la valence locale et le groupe de symétrie ponctuel : combien d'arêtes rayonnent, avec quelle symétrie angulaire.
- **Edge-first** (par l'arête) : l'axe est aligné sur une arête. Révèle les angles dièdres entre les

deux (N-1)-facettes qui partagent cette arête – la "courbure locale" de l'objet. Souvent négligée, irremplaçable pour distinguer des polytopes à vues vertex-first similaires. Note : une arête délimite exactement 2 facettes de codimension 1 dans un polytope régulier convexe ; en général ce nombre dépend de la structure locale.

- **Cell-first / k-Facet-first** (par la cellule puis par la facette de dimension $k < N$) : l'axe passe par le centre d'une cellule ou d'une facette de dimension 3, 4, ..., N-1. Révèle la stratification concentrique : comment les cellules/facettes s'organisent en couches successives autour du centre ("en oignon").

- **Schlegel** : correspond à une vue (N-1)-facet-first en mode perspective. Elle permet d'apercevoir l'ensemble des cellules d'un seul coup.

- **Equatorial** : correspond à une projection de Petrie, suivie d'une orbite de 90° dans le plan vertical, comme si on regardait le Petrie par la tranche. Elle permet de voir la stratification des facettes autour du barycentre.

Note : à l'exception de la vue Schlegel, toutes les vues des plans canoniques ne sont possibles qu'en mode de projection orthographique.

1.3.1.4. Permutations de la base

Permuter les axes de la base trouvent son sens dans les analyses factorielles, pour visualiser la distribution des points selon 3 axes simultanés, parmi les N axes disponibles (X, Y, Z, W, V5, V6...). Voir la section des analyses factorielles pour plus de détails.

Chaque vue pré-enregistrée se traduit par une rotation de 90° selon un, deux ou trois axes. Cela permet, visuellement, de remplacer un axe de base (X, Y, Z) par un autre axe disponible. Les 20 combinaisons les plus usuelles (jusqu'en dimension 6) sont proposées. La première correspond à la vue de l'espace XYZ. La dernière traduit la vue de l'espace W.V5.V6.

Naviguer entre les différents espaces factoriels en cliquant sur les boutons **Prev** (précédent) et **Next** (suivant).

Pour mieux appréhender les rotations, il conviendra d'afficher les axes relatifs (**Show Relative Axes**) qui traduisent l'orientation du polytope et des données en surimpression.

1.3.1.5. Collapse (effondrement)

Étape optionnelle d'écrasement 2D/1D.

Dédiée à l'onglet de visualisation **Factor**, cette étape mathématique finale permet de compresser la scène 3D entièrement projetée (Polytope, données Zodiac/Astro/MBTI/Social, et données personnalisées) vers un plan 2D ou un axe 1D. Ceci est accompli en forçant à zéro une ou deux dimensions de la sortie 3D immédiatement avant le rendu.

Projections sur Plan (2D) :

- **XY** : Émule une vue aplatie en écrasant la profondeur ($z = 0$).

- **XZ** : Aplatit l'axe vertical ($y = 0$).
- **YZ** : Aplatit l'axe horizontal ($x = 0$).

Projections sur Axe (1D) :

- **X, Y, Z** : Écrase deux dimensions simultanément pour projeter l'ensemble du cluster structurel sur une seule ligne. Ceci est particulièrement utile pour identifier les corrélations, la variance ou les écarts-types le long d'une composante principale spécifique.

Note : Comme cette projection est appliquée comme un filtre final sur la scène 3D plutôt que dans l'espace mathématique d'origine, les dimensions supérieures comme W (profondeur 4D) ou V (5D+) ne peuvent pas être isolées ici – elles sont déjà repliées dans X, Y et Z par les étapes précédentes. De plus, pour maintenir la lisibilité lorsque les points sont mathématiquement écrasés sur des coordonnées spatiales identiques, les étiquettes textuelles (Zodiaque/Astro/MBTI/Social et personnalisées) appliquent un décalage spatial intelligent (dérivé de leur coordonnée perdue d'origine) pour éviter les chevauchements visuels.

1.3.1.6. Vues personnalisées

Certains solides disposent de vues personnalisées (que l'on peut modifier). Naviguer entre les différentes vues en cliquant sur les boutons **Prev** (précédent) et **Next** (suivant).

1.3.2. ND vers 4D

Cette étape réduit les dimensions $N > 4$ vers la 4D (X, Y, Z, W).

Le pipeline cascade de toutes les dimensions supérieures s'effectuent ainsi :

- Rotation initiale dans tous les plans ND sélectionnés
- Enchaînement de cisaillements (*Shear*) et de projections (à chaque étage de la cascade dimensionnelle)

Note : par sa logique additive non destructive, le cisaillement est beaucoup plus efficace que la rotation pour déplier les dimensions supérieures dans l'espace 3D visible (projeté sur les trois premiers axes X, Y, Z). Car les rotations dans des hautes dimensions peuvent s'effectuer dans des plans de rotation orthogonaux au plan de projection de chaque dimension vers les suivantes, compressant toute tentative de déploiement visuel.

La coche **Lock Solid** permet de verrouiller le polytope et de le rendre insensible aux rotations (attention, le solide reste sensible aux cisaillements et à la distance focale des projections). Utile pour analyser des données, en faisant apparaître, par rotation, les axes relatifs des dimensions invisibles (W, V5, V6...) sans toucher au solide en tant que tel. Si un cube ou une sphère est affichée pour servir de repère, ces derniers restent immobiles durant les rotations, tandis que les données projetées (nuage de points), elles, continuent de pivoter avec les axes relatifs.

1.3.2.1. Rotation ND

- **Circular Rotation** : effectue une rotation simultanée dans XV5, YV6, ZV7, WV8, V5V9, V6V10.
- **Rotation Factor** : Contrôle la décroissance exponentielle des rotations pour les dimensions supérieures.
- **Rotation Plane** qui contient une liste avec tous les plans de rotation supplémentaires. Il suffit d'en sélectionner un, puis d'ajuster le curseur qui apparaît juste en dessous.

1.3.2.2. Cisaillement ND

- **Circular Shear** (cisaillement circulaire) : Ajoute une composante géométrique rotationnelle (alternance de directions selon X, Y, Z) au cisaillement linéaire de la 4D, créant des motifs en spirale pour les dimensions supérieures à 4.
- **Shear Factor** : Contrôle la décroissance exponentielle des décalages de cisaillement pour les dimensions supérieures.
- **Shear Plane** : sélection d'un plan spécifique pour effectuer un cisaillement précis selon ce plan uniquement.

1.3.2.3. Projection ND

Perspective

Les dimensions supérieures ($D > 4$) sont mises à l'échelle par un facteur de perspective. Les objets ayant des coordonnées plus élevées dans ces dimensions sont projetés plus près du centre 4D, tout en appliquant un cisaillement cumulatif.

- **Base Distance** : Détermine la distance de référence (de la caméra) pour la "perspective" des dimensions supérieures. Plus la valeur est élevée, plus les couches externes se rapprochent de l'origine (éloignement de la caméra, diminution de la perspective).
- **Distance Factor** : Ajuste l'échelle exponentielle de la distance perspective à travers les dimensions. Une valeur élevée engendre une uniformisation des espacements entre les dimensions. Une valeur faible provoque un plus grand espacement des dimensions élevées. En manipulant conjointement la Base Distance et le Distance Factor, il est ainsi possible de personnaliser la perspective global, ainsi que l'espacement ou le rapprochement entre les dimensions (ressenti compression/dilatation).

Orthographic

Réduction parallèle vers la 4D. La distance perspective et l'accumulation de profondeur sont strictement ignorées (W reste inchangé). La structure est révélée purement par le cisaillement linéaire. Les notions de distance (focale) sont ignorées. Il ne reste que les paramètres de cisaillement pour déplier la structure.

Oblique

La projection oblique n'est pas proposée dans les dimensions supérieures à 4, car elle

devient très lourde à configurer. Une projection orthographique accompagnée d'une rotation ou d'un cisaillement (circulaire ici) est équivalent à une projection oblique.

1.3.3. 4D vers 3D

L'étape de projection vise à projeter les points 4D (x, y, z, w) dans l'espace 3D (x', y', z') . La coordonnée W représente la "profondeur 4D".

Le traitement commence par un cisaillement linéaire 4D optionnel (*Shear XW, Shear YW, Shear ZW*) aux véritables coordonnées 3D basé sur la profondeur W . Cela permet d'incliner l'objet 4D dans notre dimension physique avant le passage final de la caméra perspective ou orthographique.

1.3.3.1. Rotation 4D

La rotation du polytope peut s'effectuer dans l'ensemble des plans 3D et 4D :

– *Rotation XY, XZ, YZ, XW, YW, ZW*.

1.3.3.2. Cisaillement 4D

Le cisaillement du polytope peut s'effectuer dans l'ensemble des plans 4D :

– *Shear XW, YW, ZW* : déplace la position 3D en fonction de la profondeur 4D (W).

1.3.3.3. Projection 4D

Perspective

Perspective 4D standard. Les objets avec un w plus élevé (plus éloignés en 4D) apparaissent plus petits et convergent vers le centre.

La *4D Distance* règle la distance focale de la caméra 4D. Des valeurs plus petites créent une distorsion de perspective plus forte.

Orthographic

Projection parallèle à W . La coordonnée W est complètement ignorée pour la position des points dans la 3D. Utile pour préserver les tailles géométriques réelles.

Important : en l'absence de rotation ou de cisaillement, il devient donc impossible de visualiser les composantes 4D. Il convient d'utiliser les curseurs de rotation et de cisaillement pour déployer la structure.

Oblique

Déplie la structure 4D en déplaçant les points en fonction de leur coordonnée W le long d'un angle 2D spécifique sur l'écran. Géométriquement, la projection oblique équivaut à une projection orthographique combinée à un cisaillement, mais elle est proposée comme un mode simplifié distinct, typiquement pour reproduire les perspectives Cavalier/Cabinet (cavalière).

– *Angle* : Contrôle la direction du déplacement 4D dans le plan 3D XY.

- **Scale** : Contrôle l'amplitude du déplacement (jusqu'où la profondeur 4D est "extraite").

Note : Le Shear XW/YW/ZW manuel est ignoré en mode Oblique 4D puisque l'angle et l'échelle obliques définissent entièrement le cisaillement 4D. Donc les cisaillements sont redondants.

1.3.4. Camera

La phase finale rend le fil de fer 3D sur votre écran 2D. Notez que la projection 2D/1D dans l'onglet Factor est effectuée avant le rendu de la caméra. C'est pourquoi nous pouvons toujours orbiter autour du polytope et des points écrasés.

1.3.4.1. Camera Type

Types de Caméra :

- **Perspective** : Caméra 3D standard avec points de fuite. Les objets éloignés de la caméra apparaissent plus petits.
- **Orthographique** : Projection parallèle. Les objets conservent leur taille quelle que soit la distance. Idéal pour les vues techniques.
- **Oblique** (cavalier/cabinet) : Un mode spécial qui combine la projection orthographique avec un cisaillement de l'axe Z (profondeur). L'oblique fournit une perspective cavalière où la face avant conserve sa forme réelle, tandis que la profondeur est représentée par des lignes diagonales. Deux paramètres supplémentaires apparaissent :
 - **Angle** : Direction de l'axe simulant la profondeur.
 - **Scale** : Amplitude du déplacement simulant la profondeur.

1.3.4.2. Viewport

Fenêtre de vue (Viewport)

- **Roll** : Fait pivoter l'ensemble de la vue (roulis de la caméra) autour de la ligne de visée.

Note : il n'y a pas de cisaillement pour la caméra. Cela apporterait des inclinaisons indésirables aux polytopes.

1.3.4.3. Camera Monitoring

Attention : les informations suivantes ne se trouvent pas dans le menu *Solid Gen / Camera*, mais tout en bas, dans la section *Solid Gen / Camera Monitoring*.

Cette section affichent les coordonnées et réglages de la caméra :

- **Orbit X** (angle phi) : orbite dans le plan horizontal
- **Orbit Y** (angle theta) : orbite dans le plan vertical
- **Roll** : roulis de la caméra (sens horaire ou anti-horaire)
- **Zoom**

Données à titre purement informatives (non modifiables). Pour modifier la caméra, il suffit d'utiliser la souris ou le trackpad.

1.4. Motion

Uniquement pour le forfait Hyper.

L'application fournit des outils pour visualiser la géométrie en haute dimension par le mouvement.

1.4.1. Auto-Rotate (auto-rotation)

Fait pivoter automatiquement le polytope dans jusqu'à trois plans simultanés. -- *Rotation Speed* : Contrôle la vitesse angulaire. Prend en charge les valeurs négatives pour inverser la direction.

-- *Rotation Planes 1/2/3* : Sélectionnez les plans de rotation à activer (XY, XZ, XW, YZ, YW, ZW, ou les plans ND pour $N > 4$).

1.4.2. Auto-Shear (auto-cisaillement)

Fait osciller harmoniquement les facteurs de cisaillement pour faire "pulser" les dimensions supérieures dans la vue.

-- *Shear Amplitude* : Amplitude de l'oscillation.

-- *Shear Speed* : Fréquence de l'oscillation.

-- *Shear Planes 1/2/3* : Sélectionnez les plans de cisaillement à activer (XY, XZ, XW, YZ, YW, ZW, ou les plans ND pour $N > 4$).

1.4.3. Interpolation

Effectue une transition fluide entre les préréglages d'état globaux.

- -- *Start State* : L'état initial de la transition.
- -- *Mid State* : Un état intermédiaire optionnel. S'il est réglé sur `°None°`, la transition va directement de Start à End.
- -- *End State* : L'état cible final.

Chaîne d'interpolation :

- -- Cliquer sur Interpolation déplace d'abord la vue actuelle vers *Start State*.
- -- Elle procède ensuite vers *Mid State* (si activé).
- -- Enfin, elle se stabilise sur *End State*.

Vitesse de transition non linéaire :

- -- *Easing* : active les transition "douce", courbe en "S".
- -- *Duration (s)* : durée de la transition.

1.4.4. Oscillation

Si l'oscillation est activée, l'interpolation ne s'arrêtera pas à *End State*. Au lieu de cela, elle inversera la séquence et bouclera indéfiniment entre Start, Mid et End.

1.5. Quelques exemples de projection

1.5.1. Tesseract

Tesseract

Le tesseract dispose d'un grand nombre de projections célèbres.

La vue des "°deux hexagones centrés°" (disponible dans les *Custom Views* du panneau Projection) :

- Rotation : (XY, XZ, YZ) = (30°, 35.26°, 135°)
- Projection 4D perspective avec une projection caméra orthographique
- Utiliser la distance 4D pour jouer sur l'espacement entre les deux hexagones

La vue en "°perspective cavalière double°" (disponible dans les *Custom Views* du panneau Projection) :

- Projection 4D oblique avec une projection caméra oblique

1.6. Config

Vous pouvez exporter et réimporter ultérieurement les configurations du workspace (réglages des paramètres). Il est possible de les exporter tous d'un coup (*Export All Config*), ou seulement ceux relatifs à :

- *Export Solid Config* : réglages des styles appliqués au solide
- *Export Projection Config* : réglages des effets de rotations, cisaillements, projections
- *Export Data Config* : réglages des styles appliqués aux données projetées

Vous pouvez les réimporter en cliquant sur *Import Config*.

2

Ingestion de données

2.1. Dataset

Localisation : onglet *Workspace*, panneau *Dataset*.

2.1.1. Synthetic Data

Ces jeux de données sont aléatoires ou open source. Ils permettent de tester l'application sans avoir à importer de données.

- *5D Data* : données à 5 variables numériques pseudo-aléatoires
- *12D Data* : données à 12 variables numériques pseudo-aléatoires
- *Titanic Data* : données open source
- *Titanic Categorical Data* : idem que précédemment, mais avec des données discréditées ; permet de tester les ACM
- *Titanic Mixed Data* : idem que précédemment, mais avec des données mixtes ; permet de tester les AFMD
- *MMM Data* : données pour tester le forecast et le MMM
- *Hy-Perf Single Data* : données pour tester le module Hy-Perf, avec effet simple
- *Hy-Perf Multi Data* : données pour tester le module Hy-Perf, avec effets multiples

2.1.2. Reference Data

Ces jeux de données de référence sont purement cosmétiques et servent de repère visuel.

- *Zodiac Data* : Astro (les 12 signes) ou Malgovert (les 13 clusters psychiques du roman éponyme)
- *Semiology Data* : 12 circuits neurologiques qui conditionnent le comportement
- *MBTI Data* : 16 profils comportementaux utilisés en entreprise
- *4-Colors Data* : 4 couleurs (rouge, bleu, vert, jaune) utilisés en entreprise

Instant fiction : dans la catégorie Zodiac se trouve un jeu de données dit "Malgovert" qui correspond à la classification psychique des treize clusters du Zodiaque dans la série Malgovert de Laurent Oliveresen. C'est un peu comme une classification en groupe sanguin, mais avec trois variables. Les points sont définis selon 3 coordonnées qui représentent la sensibilité des profils zodiacaux aux 3 sérums élyséens. La position spatiale de ces clusters est véritablement utilisée dans la fiction.

2.1.3. Axes Mapping

Vous pouvez assigner les variables numériques sur les axes spatiaux de votre choix.

Il vous suffit de renseigner une combinaison Variable / Axe et de cliquer sur *Add*.

L'option *Merge T/C columns on same axes* n'est disponible que pour les données Hy-Perf. Elle permet de mutualiser les variables suffixées par _T et celles par _C. Par exemple, plutôt

que d'avoir deux axes pour afficher NB_T et NB_C, l'option n'affiche qu'un seul axe NB qui fusionne les deux populations (T et C). Pour distinguer les deux populations, il faut soit afficher les labels, soit se rendre dans *Data Style*, et cocher la case *Colorize Treatment* (section *Class Style*).

2.1.4. Custom Points

Cette section permet de saisir manuellement jusqu'à 10 coordonnées spatiales. Le point résultant est affiché en surimpression sur le polytope.

Saisissez jusqu'à 10 coordonnées (X, Y, Z, W, V5, ..., V10) manuellement ou utilisez Vous pouvez ajouter un label à votre point, vous pouvez aussi dupliquer ou supprimer un point.

2.2. Data Import

Localisation : onglet *Data*.

2.2.1. Import CSV

Vous pouvez uploader des données en CSV. En fonction du plan souscrit, les données sont limitées à un certain nombre de lignes et de colonnes (indiquées dans l'interface).

Les structures attendues sont :

- Format CSV UTF-8
- La première ligne correspond à des libellés (header)
- Séparateur : virgule, point-virgule, tabulation ou barre verticale "|"
- Les libellés de colonnes suivants sont réservés à des usages spécifiques : "label" (nom du point), "segment" (pour les statistiques inférentielles) et "target" (pour le machine learning supervisé)

Par défaut, si des colonnes x, y, z, w, v5, v6, v7... sont présentes dans le fichiers, elles sont automatiquement assignées aux coordonnées spatiales correspondantes.

Si aucun libellé ne correspond à la convention précédente, alors les variables numériques sont assignées dans l'ordre de présence dans le fichier : la première colonne numérique est assignée à X, la seconde à Y, la troisième à Z, etc.

En cas de mélange (exemple : a, x, y, z, b, c), alors les libellés reconnus (x, y, z) sont assignés aux 3 coordonnées spatiales, et les libellés inconnus (a, b, c) sont assignés aux coordonnées spatiales suivantes, dans cet ordre : a -> w, b -> v5, c -> v6.

2.2.2. Role Mapping

Cet encart permet de définir les colonnes qui joueront un rôle spécifique pour l'analytique. Certains rôles sont interchangeables dans certains cas de figure.

Les colonnes pouvant jouer des rôles sont :

- *label* : nom qui sera affiché au-dessus du point sur la scène projetée

- *color* : couleur du point et du label
- *segment* : colonne de groupement utilisée pour les statistiques descriptives ou exploratoires (profiling)
- *target* : colonne de variable dépendante à expliquer, utilisée pour la sélection de variables (corrélation) et pour les algorithmes supervisés (LDA, Sup ML)
- *treatment* : colonne binaire pour le calcul des effets incrémentaux et uplifts entre deux groupes (profiling, Hy-Perf) ; exemples : essais cliniques, campagnes marketing...
- *flag_test* : colonne binaire (0, 1) pour définir les lignes qui serviront à entraîner les modèles supervisés et celles pour les phases de test

2.2.3. Test Split

Si la colonne *flag_test* n'est pas définie, il est possible de la créer et de la remplir automatiquement de manière aléatoire en définissant un pourcentage de test (*Test Size*) et en cliquant sur *Random Split*.

2.2.4. Prévisualisation

Une prévisualisation des données est disponible dans l'onglet.
Dans l'en-tête se trouvent deux sections.

Comptage

- *Total rows* : nombre de lignes dans le jeu importé
- *Total columns* : nombre de colonnes dans le jeu importé
- *Numeric columns* : nombre de colonnes numériques
- *Categorical columns* : nombre de colonnes catégorielles
- *Rows retained* : nombre de lignes retenues selon le plan de l'utilisateur (pricing)
- *Spatial dim retained* : nombre de colonnes spatiales retenues (selon le plan de l'utilisateur) et donc visualisantes dans la scène

Colonnes réservées

Cette liste de tags renvoie aux rôles réservés. Elle permet d'identifier les colonnes qui jouent un rôle particulier : *uid*, *label*, *color*, *target*, *segment*, *treatment*, *flag_test*

Typage des colonnes

Pour chaque colonne, un tag indique le type de la colonne : numérique, catégorielle ou booléennes.

2.3. Preprocessing (pré-traitement)

Localisation : onglet *Data*.

Cette section permet d'effectuer un certains nombres de transformations parfois nécessaires pour exécuter des algorithmes (projections factorielles, clustering, Sup ML).

La coche *Keep Original Column* permet de conserver la colonne d'origine en plus de la colonne transformée. Note : ce n'est pas toujours souhaitable, car cela induit une redondance d'informations.

Un champ *Select Column* permet de choisir la colonne à transformer. Chaque transformation s'effectue et s'annule au moyen de boutons *Apply* et *Undo*.

Enfin, une coche *Re-Apply in Inference* permet de conserver le paramétrages de ces étapes pour les réutiliser plus tard sur de nouvelles données ; étape nécessaire pour l'utilisation de modèles entraînés (Factor, Clustering, Sup ML) sur un jeu transformé.

2.3.1. Typage des colonnes

5 boutons sont disponibles pour changer l'activation et le format des colonnes.

- *Make Numeric* : transforme la colonne en donnée numérique ; se projette spatialement dans la scène
- *Make String* : transforme la colonne en donnée qualitative ; ne se projette pas
- *Make Bool* : transforme la colonne en donnée binaire (true/false, yes/no, 0/1) ; ne se projette pas dans la scène ; correspond à des indicatrices ou des "dummies"

Les données string et bool sont très proches dans leur implication au sein des différentes fonctionnalités. La seule distinction vient du fait qu'une variables bool sera bien utilisée dans les modèles de régression linéaire et logistique (Sup ML), alors que les données string seront ignorées.

Utilisation ou non de la colonne :

- *Activate* : autorise la variable dans la scène et les différentes modélisations
- *Deactivate* : exclut la colonne

2.3.2. Imputation

Cette section permet de remplir les données vides.

- *Num Imputation* : valeur utilisée pour remplir les données numériques vides ; au choix : valeur 0, -1, moyenne des données non vides, médiane des données non vides
- *Categ Numeric* : chaîne de caractère pour les données catégorielles vides

2.3.3. Winsorization

Cette section permet de caper les valeurs numériques extrêmes.

- *Tail Cut %* : pourcentage capé sur les valeurs hautes ; une valeur de 2% signifie que toutes

les valeurs supérieures au 98e centile seront capées.

- *Two-Sided* : caper également les valeurs extrêmes basses ou négatives

2.3.4. Discretization

Cette section permet de discrétiser les données numériques en intervalles. Elles deviennent donc catégorielles (qualitatives). La discrétisation s'effectue en quantiles.

- *Nb Bins* : nombre d'intervalles (quantiles)

2.3.5. Category Binning (regroupement de modalités)

Cette section permet de regrouper les catégories qui ont des effectifs faibles et induisent de la rareté, donc de l'instabilité. C'est l'équivalent des valeurs extrêmes basses pour des données qualitatives.

- *Rare Category Label* : libellé de la catégorie fusionnée

- *Use Frequency* : utilise les proportions d'effectif (plutôt que le comptage absolu)

- *Count Threshold* : valeur seuil (dénombrement ou fréquence, selon l'option utilisée) pour définir une catégorie rare qui sera fusionnée

2.3.6. One-Hot Encoding (encodage disjonctif complet)

Cette section permet de transformer une variable catégorielle en indicatrices. Chaque catégorie de la variable devient une colonne binaire (bool, 0/1)

- *Keep all categories* : conserve toutes les catégories et les transforme en binaires ; si l'option est décochée, la dernière catégorie est ignorée pour éviter la multicollinéarité.

3

Exploration de données

3.1. Stats

Localisation : onglet *Stats*.

3.1.1. Statistiques descriptives

Contient des analyses descriptives des données importées dans l'application :

- Tableau récapitulatif des métriques de dispersion : moyenne, écart-type, valeurs min et max, quartiles (Q1, Q2, Q3), coefficient de variation (CV), écart semi-interquartile (SIQR = $(Q3 - Q1)/2$), midhinge (MH = $(Q1 + Q3)/2$), trimoyenne (TM = $(Q2 + MH)/2$), coefficient de dispersion interquartile (QCD = SIQR/MH)
- Boxplots (boîtes à moustache) : pour chacune des variables numériques, avec possibilité d'afficher une échelle distincte par variable (*Different Scales*), ou bien une échelle commune pour toutes les variables (*Same Scale*).
- Category Distribution : comptage des modalités présentes dans chacune des variable catégorielle, avec une liste pour choisir la variable

3.1.2. Statistiques inférentielles

Vous pouvez effectuer des tests statistiques rapides : comparaisons de moyennes ou proportions, ainsi que des estimations de taille d'échantillon.

3.1.2.1. Paramètres

- *Use Case* : comparaison de moyennes, comparaison de proportions, analyse de la puissance statistique
- *Value* : pour les comparaisons de moyennes ; variable jouant le rôle de mesure numérique
- *Outcome* : pour les comparaisons de proportions ; variable qui indique la présence d'un succès/échec dans l'évaluation du numérateur de la proportion
- *Group* : variable jouant le rôle de groupe catégoriel

Réglages spécifiques à l'analyse de puissance :

- *Design* : type de données pour l'analyse : moyennes ou proportions
- *Solve for* : valeur cible de l'analyse : taille de l'échantillon ou puissance ciblée
- *Cohen's d* : valeur de la taille d'effet désirée (pour deux moyennes)
- *Proportion 1* : valeur de la première proportion
- *Proportion 2* : valeur de la seconde proportion
- *N per Group* : taille de chaque groupe pour déterminer la puissance
- *Target Power* : puissance souhaitée pour déterminer la taille

Réglages communs:

- **Method** : paramétrique (basé sur des distributions statistiques connues) ou non paramétrique (robuste aux outliers)
- **Alpha** : niveau de significativité (erreur de première espèce) pour rejeter l'hypothèse nulle
- **Alternative** : unilatéral (greater = à droite ; less = à gauche) ou bilatéral

3.1.2.2. Statistiques associées

Les résultats se présentent avec deux zones :

- À gauche, les métriques du test et quelques statistiques descriptives
- À droite, des jauges pour la puissance, significativité et taille d'effet ; ainsi qu'une représentation de l'intervalle de confiance

3.2. Data Exp (Exploration)

Localisation : onglet **Workspace**, panneau **Data Exp**.

3.2.1. Data Scaling (mise à l'échelle)

Le bouton **Standardize** permet de centrer-réduire la distance des points. Retrait de la moyenne puis division par l'écart-type.

Le bouton **Normalize** permet d'uniformiser la distance à l'origine des points.

Une fois activée, un paramètre **After Projection** peut être réglé. Il définit à quel moment s'opère la normalisation. Il ne s'applique qu'à la normalisation, PAS à la standardisation (centrage-réduction). Deux options :

- Case décochée : la normalisation s'opère dans l'espace initial N-dimensionnel, avant toute rotation, cisaillement, projection.
- Case cochée : la normalisation s'effectue après la cascade de projections, sur l'espace 3D résultant.

Il vaut mieux filtrer "avant" la projection pour conserver un maximum d'information durant les projections. Néanmoins, la normalisation *a posteriori* permet d'obtenir une étalement sur la sphère-unité de tous les points projetés, ce qui simplifie grandement l'exploration visuel (même si beaucoup d'informations ont été perdues au passage).

Enfin, le bouton **Data Scale** permet d'espacer ou de contracter tous les points projetés. Il agit comme un multiplicateur de toutes les coordonnées de l'espace 3D final, après normalisation.

3.2.2. Filtering (filtrage)

La section de filtrage permet d'afficher les points projetés vérifiant certaines conditions. Le premier réglage est la nature de la condition : AND (intersection) ou OR (union).

La condition AND signifie que toutes les règles ci-après doivent être réunies simultanément pour afficher un point. La condition OR signifie qu'au moins une seule règle doit être vérifiée.

3.2.2.1. Libellés de recherche

Le premier volet concerne les libellés attachés aux points :

- **Case Sensitive** : effectuer des recherches sans considérer la casse. "LABEL" est perçu comme "label" ou "Label".
- **Whole Word** : effectuer des recherches en considérant l'entièreté du label. S'il est coché, alors la chaîne "Lab" ne sera pas retenue pour rechercher la chaîne "Label".
- **Show** : saisie manuelle d'une chaîne de caractère incluse dans le libellé pour déterminer le points à afficher ; vous pouvez mettre plusieurs mots recherchés différents en les séparant par une virgule
- **Hide** : saisie manuelle d'une chaîne de caractère incluse dans le libellé pour déterminer le points à masquer ; vous pouvez mettre plusieurs mots recherchés différents en les séparant par une virgule

3.2.2.2. Cluster

La liste déroulant affiche les clusters (si un clustering a eu lieu) qu'on souhaite afficher.

3.2.2.3. Filtrage des valeurs d'axes

Ce volet concerne les propriétés des points projetés. Elle nécessite la sélection d'un à trois axes : **Axis 1**, **Axis 2**, **Axis 3**. Si vous ne souhaitez pas tous les renseigner, vous pouvez les ajuster sur "None".

Vous pouvez ensuite choisir quelles valeurs filtrer : par signe, par valeur absolue, ou par métrique factorielle.

- **Axis 1 Sign** : filtrer les points dont les coordonnées sont, au choix, positives ou négatives sur l'axe 1.

Même chose pour les axes 2 et 3.

- **Use Coords** : autoriser le filtrage sur les coordonnées
- **Absolute Coords** : liée à la coche précédente ; valeur absolue que doit dépasser les coordonnées d'un point sur l'ensemble des axes précédemment définis (si condition AND) ou sur au moins un de ces axes (condition OR)
- **Use Contrib** : autoriser le filtrage sur les contributions factorielles
- **Contrib** : idem que pour les coords, mais s'applique à la valeur de la contribution factorielle du point sur les axes définis dans les listes précédentes ; ne s'applique que sur des points de type "Factor", c'est-à-dire projeté via une PCA ou une MCA, qui ont participé à la formation des axes factoriels.
- **Use Cos2** : autoriser le filtrage sur les cosinus carrés factoriels
- **Cos2** : idem que pour les coords, mais s'applique à la valeur du cosinus carré factoriel du point sur les axes définis dans les listes précédentes ; ne s'applique que sur des points de type "Factor", c'est-à-dire projeté via une PCA ou une MCA, qu'ils aient participé ou non à la

formation des axes factoriels.

3.2.2.4. Filtrage combiné

Combinaison des deux règles précédentes

Vous pouvez définir des conditions sur les chaînes de caractères et sur les axes. Auquel cas, la condition AND/OR s'applique à l'ensemble.

Par exemple, avec une condition AND, un point doit respecter les chaînes de caractères saisie et respecter les valeurs sur l'ensemble des axes définis. Avec une condition OR, un point doit respecter les chaînes de caractères saisie ou respecter les valeurs sur l'un des axes définis.

Influence des plans de projections automatiques (canoniques et factoriels)

Lorsque les filtres sont actifs, si vous cliquez sur un plan de projection automatique, à savoir, les plans *canoniques* (ex : vertex-first, edge-first, etc. Cf. Views) ou les plans *factoriels* (*Best Contrib Plan* et *Best Cos2 Plan*), alors les axes résultants sont envoyés dans les axes de filtrage.

Cela permet de balayer différents espaces canoniques et factoriels tout en mettant à jour les filtres basés sur les nouveaux axes affichés à l'écran.

3.2.3. Orbital

L'orbitale est un système de filtrage multidimensionnelle basé sur la distance. Son nom n'est pas un terme mathématique officiel, mais une référence à la physique-chimie atomistique qui définit l'orbitale comme une zone de l'espace à l'intérieure de laquelle on peut observer un électron avec un certain niveau de probabilité. Ici, il s'agit de mettre en évidence la proportion de la population qui se trouve dans la zone délimitée par l'orbitale.

Dans l'application, par défaut, une orbitale va masquer les points proches de l'origine et ne laisser que les points en périphérie (les *outliers*). On peut inverser la logique de masquage (*Outlier Mode*) et n'affiche que les points centraux (*inliers*).

3.2.3.1. Types d'orbitale

Trois orbitales sont proposées :

- *Gaussian Ellipsoid* : un ellipsoïde multidimensionnel basé sur les distributions normales.
- *Box* : un n-rectangle dont les longueurs sont définies par des centiles dans chacune des dimensions ; les sliders *Quantile X/Y/Z/W/V* permettent d'ajuster ces longueurs.
- *Quantile Ellipsoid* : l'ellipsoïde inscrit dans le n-rectangle précédent ; l'option *Outer Orbital* permet d'utiliser l'ellipsoïde circonscrit au n-rectangle.

En termes d'usage, l'ellipsoïde gaussien est simple à manipuler (un seul slider *Confidence*), mais n'est approprié que pour les nuages de points à tendance gaussienne (distribution normale dans chacune des dimensions).

La "box" est une variante robuste de l'ellipsoïde précédent. Mais elle a tendance à devenir très stricte (beaucoup de points masqués) pour les hautes valeurs de quantiles. L'ellipsoïde quantile est une variante beaucoup plus douce de la boîte ; elle ne masque que les points distants dans plusieurs directions simultanées. Mais sa variante circonscrite (outer orbital), elle, est très restrictive (encore plus que la boîte). Il faut abaisser les seuils pour éviter de masquer tout le nuage.

D'un point de vue proportion de masquage, on a approximativement les valeurs suivantes :

- Dans un espace à n dimensions, le n -rectangle de quantile 90 dans toutes les dimensions englobe environ $(0,9^n)$ % de la population (72% en 3D, 65% en 4D, 60% en 5D..., 35% en 10D).
- L'ellipsoïde inscrit dans le n -rectangle précédent ne couvre qu'une fraction rapidement décroissante : en 3D, l'orbitale ellipsoïde occupe 52% du rectangle, en 4D 30%... et en 10D tout juste 0,25% !
- L'ellipsoïde circonscrit au n -rectangle inverse la tendance. En 3D, l'orbitale occupe près de 2,7 fois plus d'espace, en 4D 1,2 fois plus, en 5D 8,3 fois plus... et ça croît de plus en plus vite !

Du plus tolérant au plus strict : ellipsoïde inscrit < n -rectangle < ellipsoïde circonscrit.

3.2.3.2. Comparaison entre orbitale et filtrage

Quelle différence entre l'orbitale et le filtrage basé sur les coordonnées absolues ?

Les deux objets servent à filtrer la visualisation, mais possèdent chacun leurs nuances.

°°Nombre de dimensions filtrées°°

Le filtrage basé sur *Absolute Coords* ne s'applique que sur (au plus) trois axes définis dans les axes de filtrage. L'orbitale, quant à elle, s'applique sur toutes les dimensions possibles en simultané.

°°Condition booléenne°°

Le filtrage par coordonnées peut utiliser la condition AND ou OR, tandis que l'orbitale n'utilise qu'un principe AND par construction.

°°Définition des seuils de filtrage°°

Le filtrage par coordonnées nécessite d'explicitier formellement la valeur seuil de la coordonnée qui sera vérifiée sur les axes de filtrage. L'orbitale fonctionne plutôt par une logique de quantile (proportion de points qui possèdent une coordonnée inférieure ou égale au seuil) ou probabiliste (intervalle de confiance gaussien basé sur la distance de Mahalanobis).

3.2.4. Decision Boundary (frontière de décision)

Cette option permet d'afficher la frontière de décision de la régression logistique binaire ou l'hyperplan prédictif de la régression linéaire.

– *Boundary Alpha* : ajuste la transparence de l'hyperplan / frontière de décision

– *Resolution* : ajuste la finesse du maillage de l'hyperplan / frontière de décision

Note : la frontière de décision n'est affichée que si la variable-cible est binaire ; l'hyperplan de prédiction n'est affiché que si le nombre de prédicteurs (variables explicatives) est supérieur ou égal à 2. Le cas dégénéré de la droite (régression simple) est ignoré.

3.2.5. Hy-Perf Cube

Permet de modifier rapidement les axes affichés sur la scène pour analyser les jeux de données de Hy-Performance.

Cube Preset : ces presets permettent de mapper rapidement certains axes spatiaux aux variables du jeu de données transformés (budget, uplift, ROI, etc.).

Pour personnaliser davantage, il faut mapper les axes manuellement dans Dataset / Axes Mapping.

3.2.6. Valence

La logique de **Valence** (les liens de connectivité) repose sur une analyse de proximité dans l'espace

Classification des points

Le système regroupe tous les points affichés en trois grandes familles pour filtrer les types de liens :

- **Reference** : points issus des presets (Zodiaque, Malgovert, DISC, MBTI, etc.).
- **Data** : points importés via CSV ou ajoutés manuellement.
- **Factor** : points calculés par l'Analyse Factorielle (Individus ou Modalités).

Logique globale : les points **Data** sont les éléments mobiles et analysés, tandis que les points **Reference**, **Factor** et le **Polytope** servent de repères fixes (des ancres). On regarde donc comment la donnée utilisateur s'oriente par rapport à la structure interne de l'application

Valence Info

Si **Valence Info** est coché, alors des informations supplémentaires sont ajoutées dans le panneau latéral quand on clique sur un point : on peut consulter les différents voisins d'un point ainsi que leur distance respective, cela pour les différentes hypothèses de projection (ND, 3D, avec ou sans normalisation).

La coche **Use Inverse Dist** permet d'afficher, non pas les distances euclidiennes, mais les coefficients de pondérations par l'inverse des distances. Exemple : avec 3 voisins, la valeur affichée pour un voisin donné est l'inverse de la distance divisée par la somme (sur les 3 voisins) des inverses des distances.

Rang du voisinage

Le paramètre *K-Neighbors* définit le nombre de rangs (de distance les plus proches) à afficher par point ; ce n'est pas le nombre exact de liaisons affichées (voir "Égalités" ci-dessous).

3.2.6.1. Pipeline Stage

La notion de voisinage dépend de l'étape de projection. Rappel, la projection intègre toutes ces étapes :

- ND-4D : ND-standardisation, ND-normalisation (option), rotation, cisaillement, projection
- 4D-3D : rotation, cisaillement, projection, 3D-Normalisation (option), mise à l'échelle (option)
- 3D-2D/1D : écrasement

On peut effectuer une étude de voisinage dans la scène ND initiale avant la projection spatiale. Celle-ci peut inclure ou non une étape de normalisation. De même, le voisinage peut être effectué après la projection, dans la scène 3D résultante et visible à l'écran. Cette scène peut elle aussi inclure une normalisation.

En synthèse, les voisinages peuvent être considérés :

- *ND* : la valence est calculée sur les données initiale, espace ND sans normalisation
- *ND Stand* : la valence est calculée sur les données ND centrées réduites ("standardisées"), avant projection
- *ND Norm* : la valence est calculée sur les données ND normalisées, avant projection
- *3D* : la valence est calculée sur les données 3D projetées, avant normalisation 3D, avant mise à l'échelle
- *3D Scaled* : la valence est calculée sur les données projetées, après les éventuelles normalisations 3D et mises à l'échelle (data scaling)

3.2.6.2. Directions des valences

Une connexion s'établit entre des points d'ancrage et des points de voisinage. Pour chaque point d'ancrage, on cherche les points de voisinages. Les voisins les plus proches du point d'ancrage sont dits de "rang 1". Les voisins suivants sont de rang 2, etc.

Pour chaque point P, tous les autres points sont triés par distance euclidienne. Les points à la même distance (avec une tolérance de 10^{-5}) sont regroupés en un seul rang. Avec $K = 2$, les deux rangs de distance les plus proches sont conservés – cela peut générer plus de 2 lignes si plusieurs points partagent la même distance.

Il existe deux algorithmes différents selon la nature de la connexion :

°°Liens Mutuels (Internes à un groupe) : les ancrs et les voisins appartiennent au même groupe de points°°

Exemples : Reference->Reference, Data->Data, Polytope->Polytope

-- **Calcul** : pour deux points I et J, on calcule la position de J dans le classement des voisins de I ($\text{rank}_{\{IJ\}}$) et inversement ($\text{rank}_{\{JI\}}$).

-- **Condition** : le lien est tracé si le **rang moyen** ($\text{rank}_{\{IJ\}} + \text{rank}_{\{JI\}} / 2$) est inférieur au paramètre K Neighbors.

-- **Logique** : permet de ne montrer que les relations fortes et réciproques au sein d'une même population.

°°Liens Unidirectionnels : ancrs et voisins sont des groupes différents°°

Exemples pour : Data->Reference, Data->Factor, Zodiaque->Polytope.

-- **Calcul** : On prend chaque point "Ancre" (ex: un point Data) et on cherche ses plus proches voisins dans le groupe "Voisin" (ex: les sommets du Polytope).

-- **Condition** : Le lien est tracé si le rang du voisin est inférieur à K Neighbors.

-- **Logique** : C'est une logique d'attraction. On regarde vers quels points de référence ou vers quelles facettes du solide les données "tendent".

Dans le panneau *Valence Directions*, vous pouvez ajouter toutes les liaisons désirées entre les groupes jouant le rôle d'ancrage et les groupes jouant le rôle de voisinage.

Gestion des Égalités (Ties)

Lorsqu'un rang contient plus d'un voisin (une égalité), les lignes correspondantes peuvent être tracées en **pointillés** (cliquer sur *Ties Dash*) au lieu d'être pleines. Cela signale visuellement les voisinages ambigus. Une ligne est en pointillés si l'une ou l'autre de ses extrémités présente une égalité à son niveau de rang respectif.

-- **Tolérance** : Si deux points sont à une distance quasi identique (10^{-5}), ils reçoivent le **même rang**.

-- **Visuel** : Si un rang contient plusieurs points (ex-æquo), les lignes sont affichées en **pointillés** (si l'option Dashed Ties est activée dans le panel Style).

Code Couleur et Distances

-- **Dimensions** : Les distances sont calculées sur les coordonnées finales (x, y, z) après toutes les transformations (ND-4D-3D). Cela signifie que le zoom et les rotations 4D impactent directement les liens de valence.

-- **Couleurs** : chaque niveau de proximité (rang du voisin) peut être identifié par une couleur personnalisable

3.3. Data Style

Localisation : onglet *Workspace*, panneau *Data Style*.

Cette section permet de personnaliser les tailles et couleurs des labels, points et lignes de valence ou d'orbitale. Elle permet aussi de changer le nombre de décimales des métriques affichées dans l'interface.

3.3.1. Data Selection

Dans cette section, vous pouvez sélectionner les données dont vous souhaitez afficher les points et/ou les labels. Ou retrouve les familles usuelles :

- Données de référence (zodiaque, MBTI, DISC, etc.)
- Données importées (dites custom), synthétiques ou non
- Données factorielles des individus (les lignes)
- Données factorielles des attributs (features, les colonnes)

Vous pouvez également sélectionner les sources de données projetées (*Imported Source*) parmi :

- Données importées (CSV)
- Données projetées par les formulaires de personnalité
- Données calculée par le module Hy-Perf

3.3.2. Couleurs de Valence

Pour la valence, chaque ligne relie deux points, A et B, et sa couleur traduit le rang du voisinage. Le point A peut classer B comme son voisin le plus proche (Rang 1), tandis que B peut classer A différemment (ex: Rang 2). Pour refléter cette relation bidirectionnelle, la couleur affichée est déterminée par la **partie entière de la moyenne** des deux rangs : $\text{Rang affiché} = \lfloor (\text{rank}_{A \rightarrow B} + \text{rank}_{B \rightarrow A}) / 2 \rfloor$

Ceci garantit que la couleur reflète un **accord mutuel** : deux points qui se considèrent tous deux comme proches obtiennent une couleur forte (Rang 1), tandis que les relations asymétriques sont naturellement dégradées.

3.3.3. Style de l'orbitale

Vous pouvez contraindre les tailles absolues et relatives des orbitales pour plus de confort. Mais la manipulation de ces tailles est purement esthétique et n'a aucun effet mathématique. Si vous voulez masquer l'orbitale, vous pouvez simplement régler son alpha (transparence) à zéro.

3.3.4. Layouts

Il est possible de choisir entre les layouts suivants :

- *Default Layout* : affichage standard
- *Malgovert Layout* : affichage alternatif utilisé par l'auteur dans le cadre du roman Malgovert. Les coordonnées X, Y et Z sont renommées K, L, et S. Elles désignent les sérums Kappa (Cocyte), Lambda (Léthé) et Styx (Sigma) dans l'univers fictif de Malgovert. Les couleurs des axes correspondants sont modifiées pour refléter la couleur des sérums dans le roman : bleu pour le Cocyte (K), argent pour le Léthé (L) et vert pour le Styx (S).
- *MBTI, DISC, Social Style*, etc. : affichage alternatif qui inclut des libellés spécifiques aux frameworks comportementaux utilisés en entreprise

Par ailleurs, vous aurez un réglage *Number Decimals* pour l'affichage des décimales des nombres dans les différentes tables et panneaux.

Et enfin, vous disposez d'un réglage *Label Chars* pour définir le nombre de caractères

affichés pour les nouveaux noms des axes dans les différents layouts.

Par exemple, dans le layout "Social Style", les axes X et Z deviennent "Assertiveness" et "Responsiveness". Si vous mettez le curseur sur 2, les libellés deviendront "As" et "Re".

4

Analyse

4.1. Advanced Stats

Ce volet complète l'onglet Stats. Ici, les analyses portent sur plusieurs paires de colonnes en parallèle. L'onglet se subdivise en trois parties : les corrélations (bivariées), le profiling (sur ou sous-représentation de certains attributs au sein de clusters) et les règles d'association.

4.1.1. Seuils pour les tests statistiques

Il est possible de définir les tests statistiques souhaitées ainsi que les valeurs seuil permettant de coloriser les métriques. Ces seuils s'appliquent aux graphiques de corrélation et de profiling.

- **Num Testing** : test statistique souhaité pour les corrélation numériques (Pearson, Spearman, Kendall)
- **Cat Testing** : test(s) statistique(s) souhaité(s) pour les dépendances catégorielles (chi2 seulement, ou un mélange chi2 et test exact de Fisher pour les tableaux de contingence 2x2)
- **Mixed Testing** : test statistique utilisé pour l'analyse des écarts de valeurs centrales entre deux groupes (ANOVA F qui généralise le test T de Student, et Kruskal-Wallis qui généralise le test U de Mann-Whitney)
- **Alpha** : valeur seuil en deçà de laquelle les p-values deviennent vertes dans les tableaux.
- **Num Effect Threshold** : valeur seuil au-delà de laquelle les tailles d'effet numériques (en valeur absolue) deviennent vertes ; s'applique au R2, rho carré de Spearman, et tau de Kendall
- **Cat Effect Threshold** : valeur seuil au-delà de laquelle les tailles d'effet catégorielles (en valeur absolue) deviennent vertes ; s'applique au V de Cramer, h de Cohen et r de Wilcoxon
- **OR Effect Threshold** : valeur seuil au-delà de laquelle les métriques de type ratio et log-ratios (en valeur absolue) deviennent vertes ; s'applique aux (log)-odds ratios, (log-)lifts et Weights of Evidence
- **Mix Effect Threshold** : valeur seuil au-delà de laquelle les tailles d'effet catégorielles (en valeur absolue) deviennent vertes ; s'applique au d de Cohen, g de Hedges, Delta de Glass, delta de Cliff, Êta carré (test H) et Oméga carré (ANOVA)

4.1.2. Corrélations

4.1.2.1. Paramètres

Données à analyser (optionnel et cumulatif) :

- **Target** : variable-cible utilisée pour déterminer les variables les plus discriminantes
- **Imported Data** : données importées en CSV
- **Factor Data** : données issues d'une projection factorielle
- **Cluster Data** : label de s-cluster issus d'un clustering
- **Score Data** : scores calculés par un estimateur de Sup ML

4.1.2.2. Statistiques associées

Tableau des métriques de corrélation avec la cible

Tests statistiques de dépendance bivariable (Pearson et équivalents, khi-deux, ANOVA, etc.) avec la p-value et les tailles d'effet associée (R^2 , oméga carré, V de Cramer, etc.)

Tableau des métriques de corrélation entre variables explicatives

Idem que précédemment, mais entre les variables explicatives

Matrices des tailles d'effet (corrélation intra-variables)

Matrices de corrélation (taille d'effet) entre variables.

Barres des tailles d'effet vs Target

Intensité de la corrélation entre les variables explicatives et la variable-cible. Traduit le pouvoir discriminant.

Matrices de corrélation de la scène

Matrices de corrélation entre données spatiales ou les données projetées par une méthode factorielle.

Pour ces matrices de corrélation, tous métriques sont proposées :

- **Dot Product** (produit scalaire normalisé) : somme des produits par composante, divisé par le produit des normes ; $\text{dot}(u, v) = (u \cdot v) / (\|u\| \times \|v\|)$ (similarité cosinus) ; plage : $[-1, 1]$. 1 = aligné, 0 = orthogonal, -1 = opposé
- **Pearson** : coefficient de corrélation linéaire de Pearson, de -1 à 1 ; le coefficient est proche de zéro en cas de non-corrélation ; $r(u, v) = \sum (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v}) / (\sigma_u \times \sigma_v)$ où $\bar{u}$, $\bar{v}$ sont les moyennes et σ sont les écarts-types des composantes des coordonnées.
- **Similarity** (indice de similarité) : rapport de distances entre une paire et la distance maximale du jeu de données ; $\text{sim}(u, v) = 1 - d(u, v) / \text{maxDist}$ où d est la distance euclidienne et maxDist est la plus grande distance dans l'ensemble des points actifs ; vaut 0 quand deux points sont superposés, vaut 1 quand les deux points sont les plus distants parmi toutes les paires

Note : les auto-comparaisons diagonales de la matrice sont laissées vides.

4.1.3. Profiling (profilage)

Cette section est une description approfondie des valeurs caractéristiques que l'on retrouve dans des groupes d'intérêt (segment, *target*, cluster, score quantile), avec ou sans *treatment*.

4.1.3.1. Paramètres

Données à analyser (optionnel et cumulatif) :

- *Imported Data* : données importées en CSV
- *Factor Data* : données issues d'une projection factorielle
- *Cluster Data* : label de s-cluster issus d'un clustering
- *Score Data* : scores calculés par un estimateur de Sup ML

Les paramètres spécifiques au profilage sont :

- *Group Variable* : variable utilisée pour définir les groupes à profiler ; correspond à l'une des variables d'intérêt (segment, target, cluster, score quantile)
- *Use Complement* : pour calculer les dénominateurs des ratios, soit on utilise la population totale, soit on utilise la population complémentaire au groupe étudié (= le "reste" de la population = les autres groupes). Si on coche cette option, c'est le complémentaire qui est utilisé ; permet de mettre en valeur les métriques des petits groupes.
- *Moment Metric* : variable mise en avant pour l'affichage des métriques de profilage numérique
- *Lift Metric`* : variable mise en avant pour l'affichage des métriques de profilage catégoriel

4.1.3.2. Statistiques associées

Tableau de profilage

Cinq onglets centralisent toutes les métriques :

- *Profile* : synthèse générale ; combine une partie des vues lift et moment
- *Moment* : focus sur les variables descriptives numériques
- *Lift* : focus sur les variables descriptives catégorielles
- *Lift Net* : focus sur les variables descriptives catégorielles (1 ligne par catégorie) avec présence d'un *treatment*
- *Info Value* : focus sur les variables descriptives catégorielles (1 ligne par variable) avec ou sans présence de *treatment* ; elle complète la vue Lift / Lift Net avec des indicateurs agrégés

Barres de profilage

Une version graphique des résultats précédents.

Les graphiques sont regroupées par métrique de profilage. Une ligne par variable avec possibilité de trier par groupe.

- Les barres positives (une couleur par groupe) traduisent des catégories ou des valeurs hautes caractéristiques (typiques, surreprésentées) des groupes concernées.
- Les barres négatives (une couleur par groupe) traduisent des catégories ou des valeurs basses caractéristiques (sous-représentées) des groupes concernées.

4.1.4. Association

Les règles d'association déterminent des ensembles de catégories (variables qualitatives) dites "antécédentes" qui apparaissent en même temps qu'une catégorie d'intérêt dite "conséquente". Les règles ne fonctionnent qu'entre variables catégorielles.

4.1.4.1. Paramètres

Les paramètres spécifiques aux règles d'association sont :

- **Group Variable** : variable facultative utilisée pour partitionner les règles : soit les règles sont globales, soit elles sont subdivisées selon toutes les modalités de la variable de groupe
- **Group as Consequent** : plutôt que de partitionner les règles, la variable groupe est cette fois-ci utilisée pour définir directement les valeurs de Conséquent.
- **Min Support** : support minimal pour retenir une règle ; c'est la proportion de lignes qui contiennent l'ensemble des catégories antécédentes ; recommandé 1-5%
- **Min Confidence** : confiance minimale pour retenir une règle ; c'est la proportion de lignes (parmi les lignes ayant tous les antécédents), pour lesquelles le conséquent apparaît ; permet de filtrer les règles peu fiables, même si elle n'est pas suffisante (le lift ci-après est nécessaire pour écarter les règles fiables mais sans intérêt) ; recommandé 60-80%
- **Min Lift** : surreprésentation minimale pour retenir une règle ; une règle ayant un lift de 1 est une sélection aléatoire ; une règle à fort lift indique que le conséquent a effectivement plus de chances de sortir lorsque les antécédents apparaissent (règle utile) ; un lift négatif permet justement de trouver les antécédents qui écartent l'apparition du conséquent (objectif opposé) ; recommandé 1,2
- **Max Antecedent Size** : nombre d'antécédents utilisés pour définir une règle ; plus ce nombre est grand, plus la combinatoire explose
- **Max Consequent Size** : nombre de conséquents utilisés pour définir une règle ; plus ce nombre est grand, plus la combinatoire explose
- **Top N** : filtrage visuel pour ne garder que les N premières lignes (mais on peut ordonner les lignes ou les filtrer, indépendamment de cette valeur)

4.1.4.2. Statistiques associées

Le tableau de résultat liste les règles ainsi que les métriques associées (support, confiance, lift, etc.).

Le symbole $\wedge$ signifie intersection (ET logique).

4.2. Hy-Performance

Fonctionnalité bientôt disponible.

Objectif : étudier l'efficacité d'un traitement (essai clinique ou action marketing) sur une population, au moyen d'un A/B test intégrant des évaluations statistiques.

4.2.1. Sources de données

Données granulaires ou données agrégées

- **Keep All Factors** : garde t
- **Nb Factors** : perm

- *Inference* : utilise, se

4.2.2. Paramètres

Type d'analyse : absolue ou incrémentale

- *With Control Groups* : garde t
- *Alpha* : niveau de significativité (erreur de première espèce) pour rejeter l'hypothèse nulle
- *Alternative* : unilatéral (greater = à droite ; less = à gauche) ou bilatéral

Seuils d'analysabilité (fiabilité des mesures et instabilité liée au volume)

- *Analyz Min Conv* : seuil minimal pour considérer une action analysable
- *Max Relative Prec (%)* : valeur maximale tolérée du coefficient de variation, pour considérer une action analysable
- *Vol Increase Method* : méthode utilisée pour définir la stabilité des tests statistiques quand le volume augmente : on peut choisir d'augmenter la taille des témoins (Controls Only) ou bien les témoins et les traités (All Groups)
- *Vol Increase Factor* : facteur d'agrandissement des groupes pour tester la stabilité au volume
- *Amount Formula Switch* : valeur de convertis (dans chaque groupe) qui permet de choisir le type de formules utilisées pour les calculs d'uplifts ; quand un groupe a moins de convertis que le chiffre indiqué ici, alors on utilise les formules basées sur les volumes, sinon on utilise les formules basées sur les montants

Calculs de montants incrémentaux

- *Inlier Salvage* : méthode de récupération/préservation des actions à faible volume dont la précision des moyennes est suffisante
- *Inlier Min Conv* : valeur minimale de convertis pour qu'une action soit "récupérable"
- *Inlier Max CV* : valeur maximale tolérée du coefficient de variation, pour considérer une action à faible volume "récupérable"

Gestion des ROI

- *Breakeven KO -> Zero* : les actions qui n'atteignent pas le break-even (les montants des convertis traités ne couvrent pas le budget) sont remplacés par zéro (plutôt que par des valeurs négatives)
- *Isolate Non-Zero IA`* : si l'option est cochée, alors les actions significatives sont isolées et ne sont pas temporellement regroupées ; dans le cas contraire, seules les actions ROI+ (ROI positifs) sont isolées, mais les autres actions sont bien regroupées dans le temps.

4.2.3. Statistiques associées

PERIOD

Period of aggregation for the groups of actions and the financial KPIs: Q1, Q2, Q3, Q4, H1, H2, FY

AGG_TYPE

Is the aggregate evaluated on actions (before grouping, coded "BG") or on groups of actions (after grouping, coded "AG")

YEAR

Year of the action

HALF_YEAR

Semester of the action

QUARTER

Quarter of the action

MONTH

Month of the action

WEEK

Week of the action

DAY

Day of the action

STRATEGY

Strategy followed by the action

FLAG_OUT

Remove from analysis

LEVEL1

Typology of the action (1st level category)

LEVEL2

Typology of the action (2nd level category)

LEVEL3

Typology of the action (3rd level category)

LEVEL4

Typology of the action (4th level category)

SEGMENT

LEVEL1 - LEVEL2 - LEVEL3 - LEVEL4

ACTION_GROUP

(Month) - Strategy - Segment - ROI Flag - (ROI Trend)

Month and Trend are only appearing for certain ROI flags and to_group flag

MARGIN

Margin Profit (in % of outstanding)

AMOUNT_FACTOR

Factor used to assess the profit from margin and amount: $PROFIT = AMOUNT * AMOUNT_FACTOR * MARGIN$

Useful when margins depend on two multiplied variables (eg. monthly subscription price and number of months subscribed)

UNIT_COST

Unit communication cost

BUDGET

Budget of the action (unit cost * nb targets)

ANALYZABLE_BUDGET

Part of the budget (in €) that is analyzable (ROI_FLAG is not "NA")

ANALYZABLE_BUDGET_RATIO

Part of the budget (in %) that is analyzable (ROI_FLAG is not "NA")

POSITIVE_ROI_BUDGET

Part of the budget (in €) that is profitable (ROI_FLAG is "ROI+")

POSITIVE_ROI_BUDGET_RATIO

Part of the budget (in %) that is profitable (ROI_FLAG is "ROI+")

POS_ROI_ANA_BUDGET_RATIO

Part of the analyzable budget (in %) that is profitable (ROI_FLAG is "ROI+")

NB_T

Nb of Targets

NB_C

Nb of Controls

CG_SIZE

Control Group Size (%)

NB_CONV_T

Nb of Converted Targets

NB_CONV_C

Nb of Converted Controls

CONV_RATE_T

Conversion Rate Target = Conv Rate Target

CONV_RATE_C

Conversion Rate Control = Conv Rate Control

UPLIFT_NB

Uplift in volume (delta rates in percentage points)

UPLIFT_NB_RATIO

Uplift in Volume Ratio (%)

AMOUNT_T

Amount (Total Converted Amount) Target

AMOUNT_C

Amount (Total Converted Amount) Control

SQUARED_AMOUNT_T

Squared Amount (Total Squared Converted Amount) Target

SQUARED_AMOUNT_C

Squared Amount (Total Squared Converted Amount) Control

WEIGHTED_SQUARED_AMOUNT_C

Scaled Squared Amount Control

PROFIT_A

Profit All Customers (Targets + Controls)

PROFIT_T

Profit Target

PROFIT_C

Profit Control

AVG_AMOUNT_A

Average Amount per Customer

AVG_AMOUNT_T

Average Amount per Target

AVG_AMOUNT_C

Average Amount per Control

AVG_AMOUNT_CONV_A

Average Amount per Converted Customer

AVG_AMOUNT_CONV_T

Average Amount per Converted Target

AVG_AMOUNT_CONV_C

Average Amount per Converted Control

VAR_AMOUNT_T

Variance of the Amount Target

VAR_AMOUNT_C

Variance of the Amount Control

VAR_AMOUNT_CONV_T

Variance of the Converted Amount Target

VAR_AMOUNT_CONV_C

Variance of the Converted Amount Control

UPLIFT_AMOUNT_RATIO

Uplift in Amount Ratio (%)

UPLIFT_TOTAL_RATIO

Total Uplift Ratio (%)

CI_VALID_T

Is the Confidence Interval of RR valid?

CI_VALID_C

CI_SE_NB_T

Standard Error of the Resp Rate Confidence Interval

CI_SE_NB_C

CI_LOWER_NB_T

Lower bound of the Resp Rate Confidence Interval

CI_LOWER_NB_C

CI_UPPER_NB_T

Upper bound of the Resp Rate Confidence Interval

CI_UPPER_NB_C

CI_SE_AMOUNT_(CONV)_T

Standard Error of the Average Amount Confidence Interval *[1]

CI_SE_AMOUNT_(CONV)_C

CI_LOWER_AMOUNT_(CONV)_T

Lower bound of the Average Amount Confidence Interval *[1]

CI_LOWER_AMOUNT_(CONV)_C

CI_UPPER_AMOUNT_(CONV)_T

Upper bound of the Average Amount Confidence Interval *[1]

CI_UPPER_AMOUNT_(CONV)_C

VOLUME_INCREASE_FACTOR

("VOL_INC", see *[2])

Strategy to increase volumes: it impacts NB, NB_CONV, CONV_RATE.

Note: this metric is not visible in the output. It's only an intermediate within the code.

Z_STAT

Z Statistic

Z_NORM_PROBA

Cumulative probability of the Z-Stat regarding the Normal distrib

Z_NORM_P_VALUE

P-Value of the Z-Stat regarding the Normal distrib

ODDS_RATIO

Odds Ratio of the CONVancing contingency table

Z_HYPERGEOM_PROBA

Cumulative probability of the Z-Stat regarding the Hypergeometric distrib

Z_HYPERGEOM_P_VALUE

P-Value of the Z-Stat regarding the Hypergeometric distrib

P_VALUE_NB

Retained P-value for volume significance

SS_NB

Is the uplift in volume significant?

T_STAT_(CONV)

T Statistic *[1]

T_NORM_PROBA_(CONV)

Cumulative probability of the T-Stat regarding the Normal distrib *[1]

T_NORM_P_VALUE_(CONV)

P-Value of the T-Stat regarding the Normal distrib *[1]

T_STUD_PROBA_(CONV)

Cumulative probability of the T-Stat regarding the Student distrib *[1]

T_STUD_P_VALUE_(CONV)

P-Value of the T-Stat regarding the Student distrib *[1]

P_VALUE_AMOUNT_(CONV)

Retained P-value for amount significance *[1]

SS_AMOUNT_(CONV)

Is the uplift in amount significant? *[1]

SS_DOUBLE_(CONV)

Means "Significant in both amount and nb" *[1]

SS_ZERO_(CONV)

Means "Not Significant in neither amount nor nb" *[1]

SS_DIV_(CONV)

Means "Significant in amount (or nb) but not in nb (or amount)" *[1]

RAW_ANALYZABILITY

Is the action / action-group roughly analyzable regarding the CG existence and the Nb of Conversions?

CI_LOWER_NB_C_WITH_CONV_RATE_T

Theoretical value of the Control's lower Conf Interval bound if we assume that
 $CONV_RATE_C = CONV_RATE_T$

TRUE_ZERO_CONTROL

Is the zero number of Converted Control a reality or an issue due to low volume?

NET_ANALYZABILITY

Is the action / action-group deCONVitably analyzable regarding the Conversions and the statistical significance stability?

NOTE FOR MULTI-EFFECT

- If one effect is analyzable then the global effect is analyzable

IA_PC_AMOUNT

Credit: additional Amount per customer based on amounts

Insurance: additional probability per customer based on amounts

IA_PC_NB

Credit: additional Amount per customer based on volumes

Insurance: additional probability per customer based on volumes

IA_COHERENCE_FLAG

Credit: retained formula for additional Amount

Insurance: retained formula for additional probability

"2" means amount-based formula

"1" means volume-based formula

"0" means insignificant ($IA = 0$)

The "New" method is also named "coherence rule": a action is coherent if, when increasing UPLIFT_NB, we do not decrease AVG_AMOUNT_CONV_T.

The "Old" method is also named "retake rule": if we are not significant in amount, then we might "retake" the IA from the significance in nb.

IA_PC

Credit: retained additional amount per customer

Insurance: retained additional probability per customer

IA

Credit: retained additional Amount

Insurance: retained additional probability

ROI_PC

ROI per customer

Note for multi-effect

> The global-effect-ROI-PC is calculated by computing the underlying effect-IA-PC (multiplied by their respective margin/lifetime) and by subtracting the unit cost once! → it's not the simple sum of the underlying effect-ROI-PC!

- If the global effect is NOT analyzable, then the ROI is cut to zero

ADD_PROFIT_PC

Additional Profit per customer

ROI

Total ROI

ADD_PROFIT

Total additional Profit

ROI_PU

ROI per unit invested

ROI_PU_ANA

ROI per unit invested and analyzable

ROI_MAX_PC

Theoretical maximum ROI per customer (if control never get Converted)

ROI_MAX

Theoretical maximum ROI (if control never get Converted)

ROI_FLAG

Typology of ROI/IA (situations of profitability)

TO_GROUP

Is the action groupable?

We want to group the actions that are not analyzable or not significant

ROI_AMOUNT_WITHOUT_SIGNIF

Theoretical ROI (based on amounts) without significance

ROI_NB_WITHOUT_SIGNIF

Theoretical ROI (based on volumes) without significance

ROI_TREND

Has the action (groupable) a positive or negative trend of ROI?

4.3. Hy-Personality

Voici la méthode "rigoureuse" pour déterminer les signes de Zodiaque qui vous ressemblent le plus !

Un questionnaire de personnalité intégré à l'application peut être saisi en ligne. Ils combinent des thématiques présentes dans plusieurs frameworks utilisés en entreprise (Social Style, DISC, MBTI) et aussi les descriptions lexicales du zodiaque astrologique.

Remplir le questionnaire et projeter les résultats permet ainsi de visualiser les concepts ou attributs similaires entre vos réponses et les profils présents dans les différents frameworks. Cette approche repose sur une PCA ou une MCA des réponses des différents profils aux 18 questions du formulaire. C'est un jeu de données fourni par l'application. Il est libre, mais ne peut pas être modifié dans cette interface. En revanche, les réponses que vous ajoutez, elles, sont personnalisables.

Procédure : répondre aux 18 questions en bougeant le slider à gauche ou à droite (échelle à 5 degrés) en fonction de la réponse qui vous correspond le plus. Si vous hésitez, vous pouvez laisser le slider au centre (réponse équilibrée ou neutre).

Une fois terminé, saisissez un libellé et cliquez sur **Submit** pour projeter les résultats dans l'hyperespace factoriel !

4.3.1. Sources de données

Le questionnaire peut provenir de différentes sources :

- **Reference Points** : données déjà intégrées dans l'application (frameworks comportementaux et zodiaque)
- **User Personality Form** : questionnaire en ligne affichée à l'écran
- **CSV** : questionnaire importé au format CSV (via la section **Form Import** de l'onglet actuel, ou la section d'import de l'onglet **Data**)

4.3.2. Techniques de projection

Les réponses au questionnaire (toutes sources confondues) sont projetées en utilisant une PCA ou une MCA déjà entraînée avec les données de référence de l'application.

- **Method** : PCA ou MCA
- **Keep All Factors** : conserve tous les facteurs (cela inclut également le bruit statistique dans l'explication des variances)
- **Nb Factors** : si l'option précédente est décochée, on peut définir ici le nombre de facteurs à conserver ; recommandé entre 3 et 8

4.3.3. Filtrage des points de référence

La section *Reference Filtering* permet de choisir quels points affichés MBTI, DISC, Social Style (SS), Zodiac.

Chaque catégorie est subdivisée entre *Features* qui correspond aux critères de descriptions et *Profiles* qui sont la résultantes (combinaisons) de plusieurs critères.

Exemple : les points *Extraversion* et *Introversion* qui définissent l'orientation de l'énergie sont des *MBTI Features*, tandis que *INTP* est un *MBTI Profil* défini par la présence de la modalité "I" (pour Introvert).

De même, le *Feu* est une *Zodiac Feature*, tandis qu'*Aries* (Bélier) est un *Zodiac Profile*.

4.3.4. Statistiques associées

Radar des réponses par profiles

Chaque sommet du radar représente une question (valeur entières de -2 à 2). Deux profils sont superposés dans ce radar pour visualiser la ressemblance globale de leurs réponses au questionnaire.

Réponses de tous les répondants par question

Le graphique en barres donne la réponse de tous les répondants à la question sélectionnée.

Matrices de corrélation de la scène

Matrices de corrélation entre réponses brutes au questionnaire de personnalité (valeurs entières de -2 à 2), et aussi entre réponses projetées (coordonnées factorielles).

4.3.5. Exemple d'utilisation : zodiaque inversé

Aller dans ***Modeling / Personality***

Dans le panneau ***Personality Map***, laisser les réglages par défaut :

- ***Méthode*** : PCA
- ***Reference Points*** : coché
- ***User Personality Form*** : coché
- ***CSV*** : décoché

Remplir le questionnaire, donner un nom et cliquer sur ***Soumettre***. On bascule alors sur Workspace.

Aller dans l'onglet ***Dataset*** du panneau Workspace, dans la section ***Data Selection***, cocher uniquement :

- ***Show Reference Pts*** : ce sont les points déjà dans l'application

-- ***Show Fact Indiv Pts*** : ce sont les réponses au formulaire en ligne

Aller dans l'onglet ***Data Exp*** du panneau Workspace.

-- Dans ***Data Scaling***, cocher ***Normalize*** et mettre le ***Data Scale*** aux alentours de 2 ou 3 selon le feeling.

-- Dans ***Valence***, cocher ***Show Lines***, puis cocher ***Valence Info***, cocher ***Use Inverse Distance***, puis mettre le ***Pipeline Stage*** sur ***Start***.

-- Toujours dans Valence, en dessous du slider K Neighbors, cocher uniquement ***Factor-Reference***

Juste en dessous, dans la section ***Filtering***, cocher Filter puis dans la liste ***Personality***, choisir ***Zodiac Profiles***.

Désormais, en cliquant sur le point correspondant à votre réponse, un panneau latéral apparaît avec des statistiques. Vous pouvez consulter le graphiques ***ND Valence*** et ***ND-Norm Valence*** qui indique votre "proportion" de chaque signe du Zodiaque (vus comme vos plus proches voisins en termes de réponse).

Pour mieux se rendre compte des distances, tout en bas du panneau, après les valences, cliquer sur le bouton ***Best Cos2 Plan***. Cela affichera l'espace dans lequel votre réponse est spatialement la mieux représentée. Les plus proches voisins ont alors tendance à se rapprocher visuellement, ce qui est plus cohérent.

4.4. Factor

Cet onglet permet d'appliquer des méthodes de réduction dimensionnelle aux points importés en CSV, ou au jeu de données déjà intégrés (données synthétiques, réponses au questionnaire de personnalité).

Il suffit de choisir le nombre d'axes factoriels retenus et la technique utilisée.

4.4.1. Axes factoriels

-- **Keep All Factors** : garde tous les axes factoriels possibles ; selon la méthode, cela correspond soit au nombre de variables numériques (PCA), aux nombres de modalités de variables catégoriels (MCA), à la somme des deux précédents (FAMD), ou au nombre de classes - 1 (LDA).

-- **Nb Factors** : permet de choisir le nombre d'axes à retenir

-- **Inference** : utilise, sur de nouvelles données, les matrices de projection déjà calibrées d'une précédente analyse factorielle

4.4.2. Techniques factorielles

-- **PCA** : analyse en composantes principales (ACP) ; adaptée aux données numériques continues

- **MCA** : analyse des correspondances multiples (ACM) ; adaptée aux données catégorielles
- **FAMD** : analyse factorielles des données mixtes (AFDM) ; adaptée aux données mélangeant des numériques et catégorielles
- **LDA** : analyse factorielle discriminante linéaire de Fisher (AFD) ; adaptée aux données numériques incluant une variable-cible pour séparer des groupes
- **ACM+LDA** : analyse discriminante sur données qualitatives (méthode de Saporta) ; permet d'effectuer une LDA sur des données catégorielles
- **FAMD+LDA** : analyse discriminante sur données mixtes (déclinaison de la méthode de Saporta) ; permet d'effectuer une LDA sur des données mixtes

Une fois les données projetées, celles-ci sont visualisables dans l'onglet *Workspace*, et s'affichent par-dessus le polytope qui sert d'ancrage visuel. Il est recommandé d'utiliser un simple cube (voire un tesseract pour l'analyse 4D) ou une sphère pour faciliter l'exploration.

4.4.3. Statistiques associées

Dans l'onglet Factor, vous retrouverez un certain nombre de statistiques relatives à la méthode factorielle :

- Contribution des individus (des lignes) aux axes : un point éloigné sur un axe va fortement "contribuer" cet axe
- Contribution des features (des colonnes) aux axes : idem, mais du point de vue des variables
- Cosinus carré des individus : un point avec un cosinus carré élevé est bien représenté sur cet axe ; sa coordonnée projetée demeure fidèle
- Cosinus carré des features : idem, mais du point de vue des variables

À noter que les axes factoriels ont une correspondance sur les axes spatiaux :

- 1er axe factoriel (PCA_1, MCA_1) correspond à l'axe X
- 2e axe factoriel (PCA_2, MCA_2) correspond à l'axe Y

Et ainsi de suite avec les axes Z, W, V5, V6, etc.

Ainsi, lorsqu'on analyse les contributions ou cosinus des carrés, la valeur de la liste déroulante correspond à l'axe factoriel. C'est pour cela qu'ils sont affichés sous la forme "X (PCA_1), Y (PCA_2)" ou "X (MCA_1), Y (MCA_2)".

Mais si le jeu de données contient des coordonnées spatiales (nommées, elles aussi, X, Y, Z), alors on se retrouve à des situations où les axes X, Y, Z (du jeu de données avant projection) contribuent à l'axe X (qui est en fait le premier axe factoriel, après projection). Il faut donc garder en tête ce qui relève du jeu d'entrée et du résultat de la projection factorielle dans l'espace d'arrivée (et qui peut partager les mêmes lettres).

4.5. Clustering

Le clustering permet de regrouper les points par proximité spatiale.

4.5.1. Sources de données

La source de données à clusteriser comporte des nuances qui activent ou désactivent certaines options.

Les données numériques :

- **Imported Data** : données brutes importées (CSV) ; seules les variables numériques du CSV sont retenues
- **Spatial Data** : données projetées visuellement dans la scène : cela inclut les données numériques précédentes ainsi que les points de référence et les points ajoutés manuellement (onglet Workspace / Dataset) ; c'est donc une version enrichie de la précédente, mais elle n'intègre pas de possibilité de mode **°°Inference°°** (cf. ci-dessous)

Les données factorielles :

- **Factor Individuals** : données projetées des individus (lignes)
- **Factor Features** : données projetées des features (colonnes)

Les données de personnalité (Hy-Personality) :

- **Personality Form** : données projetées des répondants au questionnaire de personnalité

4.5.2. Méthodes

Méthodes de clustering

- **K-Means** : la méthode simple pour aller vite
- **Hybrid** : la méthode complète qui combine K-Means et HCA (classification ascendante hiérarchique) et potentiellement un second K-Means de "nettoyage périphérique"
- **Partition** : un cas particulier qui consiste à assigner, à chaque point spatial, le point de référence le plus proche ; cela nécessite donc de faire apparaître des points de référence (soit les points définis dans **Dataset**, soit les points projetés du questionnaire de **Hy-Personality**)

Options spécifiques aux sources Spatial Data et Personality Form

- **Add Reference Points** : si la source est **°°Spatial Data°°**, alors cette option permet d'ajouter les points de référence ajoutés manuellement (onglet Workspace / Dataset) ; si la source est **°°Personality Form°°**, alors cette option permet d'ajouter les points projetés de type MBTI, DISC, SS, Zodiac.
- **Reference as Center** : utilise les points de référence comme seeds (points initiaux) pour le premier K-Means ; il désactive nécessairement le choix du nombre de **°°Centers°°**

Options spécifiques aux sources Imported Data Data et Factor Data (Individuals ou Features)

- **Inference** : application d'un modèle de clustering (déjà entraîné) sur de nouvelles données

Options communes

- *Standardize* : mise à l'échelle unitaire des données numériques

4.5.3. Pre-KMeans

Le premier volet consiste à appliquer une méthode de K-Moyennes sur le jeu initial.

- *N Init* : nombre de tentatives différentes pour déterminer le meilleur partitionnement
- *Use Sqrt(N) Centers* : utilise la racine carré du nombre de points comme nombre de centroïdes pour effectuer le partitionnement
- *N Centers* : si la règle de la racine carré est décochée, alors ce slider règle le nombre de centroïdes désiré. En général, un nombre situé entre la racine cubique et la racine carrée de la taille initiale (nombre de lignes) est un bon point de départ
- *Filter Outliers* : permet d'assigner les points isolés dans une classe à part ; se base sur la distance de Mahalanobis
- *Outlier Confidence %* : niveau de confiance utilisée pour définir les outliers

4.5.4. HCA (CAH)

La deuxième étape est une classification ascendante hiérarchique (méthode de Ward) appliquée aux centroïdes du Pre-KMeans.

- *HCA Auto-Cutoff* : détermine automatiquement le nombre de clusters finaux
- *Cutoff Metric* : métrique utilisée pour déterminer automatiquement le nombre de clusters ; peut se baser sur le coefficient de silhouette ou la courbe d'accélération du dendrogramme (le coude sur la courbe d'inertie inter-classes)
- *Min Nb Clusters* : nombre minimum de clusters souhaités (permet de chercher d'autres optima dans la méthode précédente)
- *Max Nb Clusters* : nombre maximum de clusters souhaités (permet de restreindre la recherches des optima dans la méthode précédente)
- *Nb Clusters* : si le mode Auto-Cutoff n'est pas coché, alors ce slider détermine le nombre de clusters finaux

4.5.5. Post-KMeans

Selon la distribution spatiale des données, les méthodes HCA peuvent souffrir d'allocation contestables pour les points situés en périphérie des clusters. Une K-Moyennes effectuée sur les barycentres de clusters de l'HCA permet de réaffecter ces points périphériques aux clusters les plus intuitifs géométriquement.

- *Merging Threshold %* : à la toute fin, ce pourcentage permet de fusionner les clusters qui n'ont pas assez d'individus (proportion fixée par ce slider)

Le bouton *Clustering* lance l'algorithme ; le bouton *Clear* réinitialise les résultats.

4.5.6. Statistiques associées

Métriques de qualité

Les métriques de qualité affichées sont : coefficient de silhouette, Davies-Bouldin Index (DBI), Calinski-Harabasz Index, Dunn Index

Graphiques

La section suivante affiche le dendrogramme de la CAH, et les courbes d'accélération de l'inertie inter-classes. Puis vient la distribution de la population par cluster, les boîtes à moustache par variable spatiale, et les matrices de contingence avec les variables d'intérêt (Segment, Target, Treatment).

4.6. Sup ML (machine learning supervisé)

Sup ML permet d'entraîner des modèles de régression (linéaire) et de classification.

4.6.1. Paramètres

- **Source** : sélection des données à modéliser : soit les données brutes importées, soit les données projetées par méthode factorielle (sur les individus seulement)
- **Target** : variable-cible à expliquer
- **Estimator** : choix du modèle : régression linéaire ou régression logistique
- **Score Bins** : nombre de quantiles utilisés pour discrétiser le score prédit ; utile pour effectuer des analyses de profilage sur les scores (onglet Stats, section Profiling)
- **Inference** : application d'un modèle de clustering (déjà entraîné) sur de nouvelles données
- **Cluster Predictor** : utilise les classes de clustering (si elles existent) comme variables explicatives supplémentaires

Le bouton **Run Estimator** lance l'algorithme ; le bouton **Clear** réinitialise les résultats.

4.6.2. Statistiques associées

Les résultats sont disponibles dans deux onglets, un par échantillon (Train, Test).

Régression linéaire

Les métriques de qualité affichées sont : R2, MAE, RMSE.

Un panneau affiche les coefficients de la régression.

Régression logistique

Les métriques de qualité affichées sont : Balanced Accuracy, Macro Precision, Macro F1, ROC AUC, Gini.

Un panneau affiche la matrice de confusion, puis les coefficients de la régression (et les

odds ratios associés).

Enfin, deux courbes sont proposées : ROC et lift (gains cumulés).

Scores et scores quantiles

Les scores du modèle sont discrétisés en score quantiles. Ces quantile peuvent être utilisés comme variable de groupes dans le profilage.

4.7. Forecast

Le modèle de prévision temporelle s'appuie sur un exponentiel de Holt-Winters.

4.7.1. Paramètres

- *Time Column* : variable temporelle (peut être un simple index)
- *Target* : variable-cible à prédire dans le temps
- *Seasonal Period* : nombre de périodes qui définissent une saison
- *Seasonality* : type de saisonnalité : additive ou multiplicative
- *Auto-fit Alpha/Beta/Gamma* : détermine automatiquement les coefficients du lissage exponentiel
- *Back-Test Holdout* : nombre de points retirés du jeu d'entraînement pour tester le modèle
- *Inference Horizon* : nombre de points supplémentaires à prédire (données postérieures aux périodes importées)

4.7.2. Statistiques associées

Métriques

Les résultats sont composés de courbes de visualisation ainsi que de métriques de qualité (dans les échantillons d'apprentissage et de back-test) : MAE (écart absolu moyen), RMSE (écart quadratique moyen), MAPE (pourcentage d'erreur absolu moyen).

Graphiques

Les graphiques affichent les courbes réelles, calibrées ("fittées") et prédites.

On dispose également d'une décomposition des 3 piliers de la fonction construite : le niveau (la hauteur), la tendance (l'inclinaison), la saison (la périodicité).

4.8. MMM

Le MMM (Marketing Mix Modeling) est un puissance outil qui permet d'évaluer la contribution de leviers d'investissement à une variable-cible temporelle.

4.8.1. Paramètres

- *Time Column* : variable temporelle (peut être un simple index)

- **Target** : variable-cible à prédire dans le temps

Les canaux d'investissements

Cette section permet d'indiquer au modèle quelles sont les colonnes qui représentent les leviers marketing. Cette assignation est indispensable pour que le modèle fonctionne correctement.

Baseline

La baseline est la contribution "naturelle" à la variable-cible quand tous les autres investissements s'arrêtent.

- **Trend** : ajoute une inclinaison à la baseline
- **Seasonal Period** : pour spécifier la saisonnalité

Adstock

- **Carryover** : effet de rémanence (loi géométrique) d'un investissement sur plusieurs périodes après qu'il a eu lieu
- **Max Delay** : temps d'attente / retard (en périodes) maximal entre le moment de l'investissement et l'apparition de son effet sur la cible

Ridge

- **L2 Penalty** : force de la contrainte pour gérer la multi-collinéarité ; elle tire la contribution des canaux vers zéro pour supprimer le bruit inutile
- **Non-Negative media** : contrainte qui interdit aux médias d'avoir une contribution négative

ROI Prior

- **Prior Weight** : force globale pour les priors de ROI ; cette valeur est appliquée par défaut sur chaque canal (lorsque la valeur du poids du canal est < 0)
- **ROI - <canal>** : valeur du ROI théorique (contribution) pour chaque canal (optionnel)
- **W - <canal>** : force du prior ROI du canal ; cette valeur remplace la valeur de Prior Weight lorsque celle-ci est ≥ 0 ; lorsque la valeur est < 0 , alors c'est Prior Weight qui sert de valeur de remplacement

Back-Test

- **Holdout** : nombre de points retirés du jeu d'entraînement pour tester le modèle
- **Reliability Bootstrap** : nombre d'échantillons utilisés pour établir l'intervalle de confiance des contributions à 90%

4.8.2. Statistiques associées

Métriques

Les résultats sont composés de courbes de visualisation ainsi que de métriques de qualité (dans les échantillons d'apprentissage et de back-test) : R2, MAE (écart absolu moyen), RMSE (écart quadratique moyen), MAPE (pourcentage d'erreur absolu moyen).

Graphiques

Le premier graphique représente les tranches de contributions.

Le second tableau expose les contributions de chaque canaux, ainsi que de quelques métriques associées (adstock, retard, investissement total, facteur d'inflation de variance, etc.).

Le troisième graphique affiche les courbes de réponse (courbes de saturation) qui représentent l'évolution de la contribution en fonction du budget. On note la présence d'un point particulier sur chaque courbe : le coude, c'est-à-dire le moment où la courbe commence rapidement à plafonner.

5

Import / Export

5.1. Solid

Localisation : onglet *Export*.

- *View* : explore l'image de visualisation en cours, au format PNG

5.2. Config

Localisation : onglet *Workspace*, panneau *Config*.

Export

- *Export All Config* : explore une partie des réglages de projection au format JSON

Vous pouvez aussi choisir de n'exporter qu'une sous-partie : *Solid Config*, *Projection Config*, *Data Config*

Import

- *Import Config* : réimporte des fichiers de configuration préalablement exportés

5.3. Scene

Localisation : onglet *Export*

- *Projected Data* : explore les données spatiales projetées au format CSV
- *Personality Responses* : explore toutes les réponses au questionnaire (y compris les réponses pré-enregistrées de tous les profils dans tous les frameworks) au format CSV

5.4. Analytics

Localisation : onglet *Export*, ou bien en haut à droite de chaque onglet analytique (Stats, Factor, Clustering...) :

On retrouve toutes les extractions possibles, rangées par module :

- Stats : statistiques descriptives, corrélation, profilage, association
- Hy-Personality : les métriques liées aux réponses projetées du formulaire de personnalité
- Factor : les contributions, cosinus et variance liées à la projection factorielle
- Cluster : les métriques, courbes et tableaux de contingence du clustering
- Sup ML : les métriques, coefficients et courbes ds modèles de régression/classification
- Forecast / Time Series : les métriques du lissage exponentiel (Holt-Winters)
- MMM : les contributions, courbes en tranches et courbes de saturation du MMM

5.5. Info Points

Lorsque vous cliquez sur un point dans la scène, un certain nombre de données s'affichent dans le panneau latéral droite. Tout en bas de ce panneau se trouve un bouton pour télécharger ces données.

* * *